



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ÚSTAV PROCESNÍHO INŽENÝRSTVÍ

INSTITUTE OF PROCESS ENGINEERING

VÝPOČET REGENERAČNÍHO VÝMĚNÍKU TEPLA

THE BASIC DESIGN OF REGENERATIVE HEAT EXCHANGER

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. Stanislav Schütz

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Bohuslav Kilkovský, Ph.D.

BRNO 2017

Zadání diplomové práce

Ústav: Ústav procesního inženýrství
Student: **Bc. Stanislav Schütz**
Studijní program: Strojní inženýrství
Studijní obor: Procesní inženýrství
Vedoucí práce: **Ing. Bohuslav Kilkovský, Ph.D.**
Akademický rok: 2016/17

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Výpočet regeneračního výměníku tepla

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Práce je zaměřena na problematiku návrhu zařízení pro regenerační výměnu tepla. Úkolem je zpracovat, dle pokynů vedoucího diplomové práce, výchozí rozbor problematiky regeneračních zařízení na výměnu tepla a jejich náplní. Dále pak sestavit zjednodušený výpočet pro určení hlavních rozměrů regeneračního výměníku tepla. Úkolem bude rovněž popsat různé geometrické vlivy na přestup tepla a na tlakové ztráty.

Cíle diplomové práce:

1. Seznámit se s problematikou regenerační výměny tepla, typy a konstrukcemi procesních regeneračních výměníků tepla a jejich náplní a pro vybraný typ zařízení s dostupnými metodami tepelně-hydraulického výpočtu pro návrh jeho hlavních rozměrů.
2. Zpracovat přehled a rozbor dostupných typů náplní (loží)
3. Vytvořit zjednodušený tepelně-hydraulický výpočet.
4. Pomocí tohoto výpočtu provést výpočet zadaného regenerátoru.
5. Nastínit na jakém principu pracují komplexní výpočtové algoritmy.
6. Provést rozbor vlivu různých geometrických charakteristik na přestup tepla a tlakové ztráty.

Seznam literatury:

Hewitt, G. (Ed.) (1998): Heat Exchanger Design Handbook, Begell House, Inc., Redding, CT, USA.
VDI Heat Atlas, Second Edition, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2010.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2016/17

V Brně, dne

L. S.

prof. Ing. Petr Stehlík, CSc., dr. h. c.
ředitel ústavu

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
děkan fakulty

Abstrakt

Regenerační výměníky tepla jsou zavedené pro mnoho průmyslových aplikací jako prostředek k využití tepla z proudu horkého média, přičemž sypané regenerátory (anglicky *fixed bed regenerators*) se nejčastěji používají k přehřívání vzduchu pro spalovací proces. V této práci bylo provedeno srovnání několika matematických modelů regenerátorů a několika výpočtových metod, přičemž tou hlavní použitou je Willmottova otevřená metoda z roku 1964. Pro vytvořený lineární model regenerátoru byla provedena analýza vlivu geometrických a provozních parametrů na výstupní teploty médií.

Klíčová slova

Regenerátor; Tepelně-hydraulický výpočet; Sypaný regenerátor; Python

Abstract

Regenerative heat exchangers are established as a means of heat recovery in many industrial applications. The fixed-bed regenerators are mostly used to transfer heat from hot flue gas to cold air. In this work, several mathematical models of regenerators and several calculation methods were compared, while the preferred method is Willmott's open method from 1964. Analysis of the influence of geometrical and operational parameters was carried out for the linear regenerator model.

Key words

Regenerator; Thermal-hydraulic calculation; Fixed-bed regenerator; Python

Bibliografická citace

SCHÜTZ, S. *Výpočet regeneračního výměníku tepla*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2017. 65 s. Vedoucí diplomové práce Ing. Bohuslav Kilkovský, Ph.D..

Poděkování

Na tomto místě bych rád poděkoval Slávkovi Kilkovskému, mému vedoucímu, za jeho ochotu a velmi vstřícný přístup při tvorbě této diplomové práce. Poděkování patří samozřejmě i mým rodičům, kteří mě podporují celý život a to nejen finančně.

Seznam použitých symbolů

Horní indexy:

c	Studený cyklus
h	Teplý cyklus

Dolní indexy:

1	Slabší proud
2	Silnější proud
c	Konvekce
f	Médium proudící regenerátorem
H	Harmonický průměr
in	Vstupní veličina
out	Výstupní veličina
r	Radiace
s	Lože, náplň regenerátoru

Veličiny, latinka:

a, b, c	Obecné konstanty, [-]	M	Hmotnost, [kg]
a_r	Relativní specifický povrch, [m ² /m ³]	\dot{M}	Hmotnostní průtok, [kg/s]
A	Teplosměnná plocha, [m ²]	n	Obecný index, [-]
A_{1-4}	Výpočetní koeficienty, [-]	p	Počet časových kroků, [-]
B_{1-4}	Výpočetní koeficienty, [-]	Δp	Tlaková ztráta, [Pa]
C	Měrná tepelná kapacita, [J/kgK]	Q	Teplo, [J]
d	Průměr, [m]	\dot{Q}_z	Ztrátový tepelný tok, [W]
d_h	Hydraulický průměr, [m]	\dot{q}_z	„Bezrozměrný“ ztrátový tepelný tok, [°C]
D	Průměr nádoby regenerátoru, [m]	Re	Reynoldsovo číslo, [-]
ϵ	Kritérium konvergence	Re_1, Re_m, Re_G, Re_S	Modifikovaná Reynoldsova čísla, [-]
f	Součinitel u metody pseudorekuperátoru, [-]	S_{fr}	Průřez regenerátoru ve směru kolmém k toku média, [m ²]
f_p, f_k, f_v	Modifikované koeficienty tření, [-]	t	Teplota, [°C]
G	Měrný hmotnostní průtok, [kg/m ² s]	\bar{t}	Časově průměrná teplota, [°C]
i, j	Obecné indexy, [-]	t_{ref}	Referenční teplota, [°C]
J_h	Coulburnův J-faktor, [-]	T	Teplota, [K]
k	Obecný index, [-]	dT_{ln}	Logaritmický teplotní rozdíl, [°C]
K	Koeficient výměny tepla, [W/m ² K]	U	Utilizační faktor, [-]
K_0	Ideální koeficient přeměny tepla, [W/m ² K]	v	Rychlost proudění, [m/s]
K/K_0	Korekční faktor, [-]	w	Empirický součinitel, [-]
K_{1-4}	Výpočtové koeficienty, [-]	x	Vzdálenost od vstupu plynu do regenerátoru ve směru proudění média, [m]
L	Délka regenerátoru, [m]	x_i	Hmotnostní zlomek, [-]
m	Počet sekcí, [-]	z	Empirický součinitel pro různé typy loží, [-]

Veličiny, řecká abeceda:

α	Součinitel přestupu tepla, [W/m ² K]	Λ_H	Redukovaná délka ekvivalentního symetrického-rovnovážného regenerátoru, [-]
$\bar{\alpha}$	Modifikovaný součinitel přestupu tepla, [W/m ² K]	μ	Kinematická viskozita, [Pa·s]
α_a	Pohltivost, [-]	μ_o	Koeficient při výpočtu času do rovnováhy, [-]
β	Poměr nerovnováhy, [-]	ξ	Bezrozměrná délka, [-]
γ	Poměr asymetrie, [-]	$\Delta\xi$	Bezrozměrný díl regenerátoru, [-]
$\bar{\alpha}_d$	Ekvivalentní tloušťka desky, [m]	Π	Redukovaná perioda, [-]
ε	Mezerovitost, [-]	Π_H	Redukovaná perioda ekvivalentního symetrického-rovnovážného regenerátoru, [-]
ϵ	Emisivita, [-]	ρ	Hustota, [kg/m ³]
ζ	Faktor vedení, [-]	σ	Stefan-Boltzmannova konstanta, [W/m ² K ⁴]
η	Bezrozměrný čas, [-]	τ	Čas, [s]
$\Delta\eta$	Bezrozměrný časový krok, [-]	Φ	Bezrozměrná teplota, [-]
η_{reg}	Tepelný poměr regenerátoru, [-]	Φ_H	Hausenův faktor, [-]
θ	Bezrozměrný čas do rovnováhy, [-]	χ_i	Výpočtový koeficient, [-]
κ	Tepelná difuzivita, [m ² /s]	ψ	Sfericita, [-]
λ	Součinitel tepelné vodivosti, [W/mK]	ψ_i	Výpočtový koeficient, [-]
Λ	Redukovaná délka, [-]		

OBSAH

1	ÚVOD	3
2	POPIS REGENERAČNÍCH VÝMĚNÍKŮ TEPLA.....	4
2.1	Princip regenerace tepla	4
2.2	Rozdíl mezi regeneračním a rekuperačním výměníkem tepla	5
2.3	Typy regenerátorů	5
2.3.2	Statické regenerátory.....	6
2.3.3	Rotační regenerátory	6
2.3.4	Regenerátory pro kryogenní teploty	7
2.4	Výhody a nevýhody	7
3	KONSTRUKCE STATICKÝCH REGENERÁTORŮ	8
3.1	Pece typu Cowper.....	8
3.2	Regenerátory se sypaným/skládaným ložem	9
3.3	Druhy a materiály loží.....	10
4	ZÁKONITOSTI PŘENOSU TEPLA V REGENERÁTORECH	13
4.1	Rozložení teplot v regenerátoru	13
4.2	Základní výpočtové vztahy	14
4.2.1	Rovnice přenosu tepla	14
4.2.2	Bezrozměrná kritéria.....	16
4.3	Vliv teploty na termofyzikální vlastnosti	19
4.4	Vliv příčného vedení tepla v loži.....	19
4.5	Vliv vedení tepla ve směru proudění média.....	20
4.6	Tepelné ztráty	21
4.7	Dosažení cyklické rovnováhy	21
5	VÝPOČTOVÉ METODY	23
5.1	Rozdělení výpočtových metod	23
5.2	Metoda pseudorekuperátoru.....	25
5.3	Otevřená metoda, Willmott, 1964.....	26
5.3.1	Popis metody pro lineární model.....	26
5.3.2	Ověření funkčnosti.....	29
5.4	Uzavřená metoda, Hill a Willmott, 1987	32

6	VYTVOŘENÝ VÝPOČTOVÝ MODEL.....	34
6.1	Rozšíření výpočtového modelu	34
6.2	Výpočet součinitele přestupu tepla.....	36
6.2.1	Přestup tepla pro kulové částice	36
6.2.2	Nekulové částice	39
6.3	Výpočet tlakové ztráty.....	39
6.3.1	Tlaková ztráta pro kulové částice.....	39
6.3.2	Tlaková ztráta pro nekulové částice.....	43
6.3.3	Aplikace ve výpočtovém programu	44
7	APLIKACE VÝPOČTOVÉHO MODELU	46
7.1	Výsledky rozšířeného výpočetního programu.....	46
7.2	Porovnání různých metod.....	48
7.3	Vliv vstupních parametrů	53
8	MOŽNOSTI ROZŠÍŘENÍ	57
8.1	Přenos tepla radiací.....	57
8.2	Nelineární výpočtový model	58
9	ZÁVĚR.....	60
10	SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY.....	61
	SEZNAM PŘÍLOH.....	63
	Příloha 8, plné znění.....	64

1 Úvod

Pro fungování lidské společnosti jsou klíčové dostupné zdroje energie. Veškerá technologie vychází z toho, že je k dispozici zdroj, přísun energie, aby poté dané zařízení s jistou účinností konalo práci a produkovalo žádoucí výsledek, pro který bylo navrženo.

Jednou z klíčových veličin určujících energetickou náročnost procesu, neboli jaké množství energie ze zdrojů je potřebné pro úspěšný chod zařízení, je teplo, tepelná energie. Nepřeborné množství procesů, jako například výroba kovů tavením z jejich rud či řízené chemické reakce pro získání kýženého produktu, vyžadují vysoké teploty a tudíž je zapotřebí jim dodat velké množství tepla.

Tepelná energie se nejčastěji získává spalováním. Paliva mohou být různá, ale vždy je s nimi spojena finanční položka, ať už se jedná o zemní plyn, uhlí nebo třeba dřevní odpad.

Je vcelku samozřejmé, že při hospodaření s energiemi je potřeba být co nejefektivnější. Nejenom že šetrnější spotřeba zdrojů sníží provozní náklady výrobního procesu, ale je také žádoucí z ekologického hlediska. Nerostné zdroje nejsou nevyčerpatelné a je vhodné s nimi hospodařit s rozumem, což je záležitost, která je stále více aktuální. V posledních desetiletích se stává trendem myslet na ekologické následky nejenom u provozu průmyslových objektů, ale i u každodenních lidských aktivit, což je bezesporu krok správným směrem.

Následující práce se zabývá regeneračními výměníky tepla, což jsou zařízení, která se podílejí na zvyšování hospodárnosti nakládání s teplem. Jedná se o typ tepelného výměníku umožňující další využití tepla, které je v procesu přítomné a které je tam potřebné. Toto teplo bývá po průchodu procesem často mařeno. Do horkých spalin se například vstřikuje voda, aby se spaliny zchladily na požadovanou teplotu. Alternativou je, pro procesy, kde to dává smysl, zařadit do horkého proudu tepelný výměník, který toto přítomné teplo převede do jiného proudu, kde může být využito (například k předehřátí spalovacího vzduchu či ohřátí teplé užitkové vody).

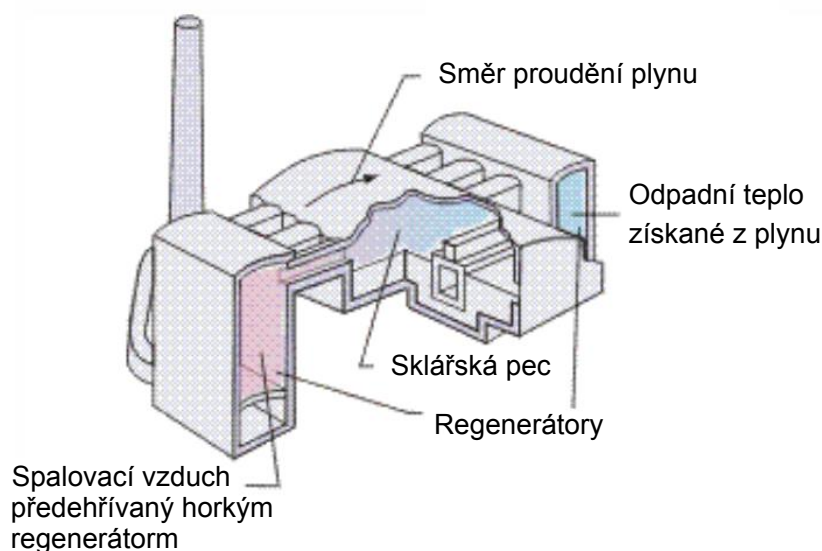
Regenerační výměníky nejsou nikterak novou technologií, ale jejich tepelný výpočet je složitější než výpočet výměníků trubkových či deskových, neboť je nutno řešit soustavu dvou diferenciálních rovnic. Toto dříve býval náročný proces, který se musel různě zjednodušovat, jelikož numerické řešení bez výpočetní techniky bylo složité. V dnešní době rychlých počítačů to již řešit lze a cílem této práce je vytvořit výpočtový model pro konkrétní typ regenerátoru, který by bylo možné použít k jeho návrhu.

2 Popis regeneračních výměníků tepla

Definice říká, že regenerátory jsou zařízení na uskladnění a opětovné využití tepla ze spalin či jiného média o vysokém tepelném potenciálu. Jedná se tedy o typ tepelných výměníků, které využívají odpadní teplo nacházející se v procesu a jejichž použití je historicky zavedené při výrobě skla, cementu či při zpracování kovů. Jedná se již o starou technologii, ale její význam narůstá obzvláště v posledních desetiletích, kdy je jasná tendence, aby efektivita všech výrobních procesů byla co nejvyšší.

2.1 Princip regenerace tepla

K regeneraci dochází, když přes pevný materiál schopný pojmout určité množství tepla střídavě prochází teplý a studený proud. Zapojení regenerátorů ve sklářské peci je znázorněno na obrázku 2-1.



Obr. 2-1 Sklářská pec využívající regenerace [1]

Regenerační výměníky jsou cyklicky pracující zařízení, kde jeden cyklus sestává ze dvou částí – **horké periody** a **studené/chladné periody**. Na obrázku výše se na každé straně sklářské pece nachází jeden regenerátor z vyskládaných speciálních dlaždic, které plní funkci uskladnění tepla. Po určitou dobu proudí spaliny jedním regenerátorem, čímž jeho náplň ohřívají. Této fázi se říká horká perioda či horká část cyklu (jelikož regenerátorem proudí horké médium) a na obrázku 2-1 to je modrý regenerátor napravo. Poté dojde k přepnutí ventilů a tímto nahřátým regeneračním výměníkem začne procházet spalovací vzduch, který se průchodem předeřeje a poté vstupuje do procesu. Regenerátor se tudíž ochlazuje a této části se říká studená/chladná perioda či studená/chladná část cyklu opět podle toho, že zařízením proudí studené médium. Na obrázku 2-1 tomu odpovídá levý, červeně vybarvený regenerační výměník tepla.

Z obrázku 2-1 je též patrné, že nahřívání a chlazení regenerátorů probíhá souběžně. Z toho vyplývá, že regenerátory v drtivé většině aplikací musí fungovat alespoň ve dvojici, aby se jeden regenerátor nahříval (kumuloval tepelnou energii) a druhý regenerátor se současně chladil při předávání nakumulovaného tepla předeřívanému médiu, většinou vzduchu.

Toto přepínání mezi horkou a chladnou částí cyklu probíhá po určité době, tzv. periodě, která se značí P . Pro většinu případů je doba trvání horké a chladné části cyklu stejná, ale nemusí tak tomu být vždy. Perioda P se pohybuje od pár sekund až po desítky minut v závislosti na typu zařízení. Tato problematika je blíže rozepsána v kapitole 3.

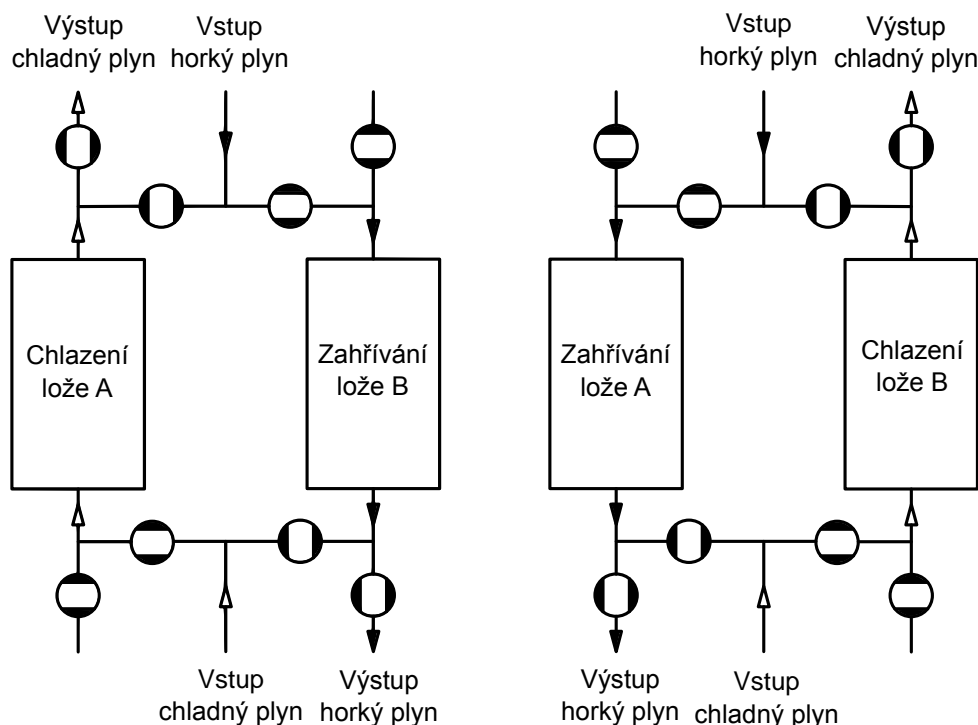
2.2 Rozdíl mezi regeneračním a rekuperačním výměníkem tepla

Pro bližší popis je vhodné nejprve objasnit pojem **rekuperátor**, který stejně jako regenerátor může být využit k získání tepla ze spalin. Je to tepelný výměník, kde horké a chladné médium jsou odděleny stěnou, přes kterou dochází k tepelné výměně. Média rekuperátorem procházejí současně, nemíchají se. Jedná se o výměníky trubkové či deskové, kde teplota proudícího média je proměnná po délce zařízení, ale v každé pozici je s časem neměnná, včetně neměnné výstupní teploty ze zařízení (platí pro ideální situaci s neměnnými vstupními parametry).

Regenerátor je naopak zařízení, jehož hlavní částí je náplň, neboli lože, kterým střídavě prochází horký a studený vzduch, a které slouží jako prostředek nepřímé výměny tepla. Média zde na rozdíl od rekuperátoru procházejí stejným prostorem. Důsledkem této vlastnosti je, že teplota náplně i média v jednom bodě regenerátoru je proměnná s časem. Další rozdíly jsou shrnuty v kapitole 2.4.

2.3 Typy regenerátorů

Existují tři základní typy regenerátorů, které jsou blíže popsány v následujících podkapitolách.



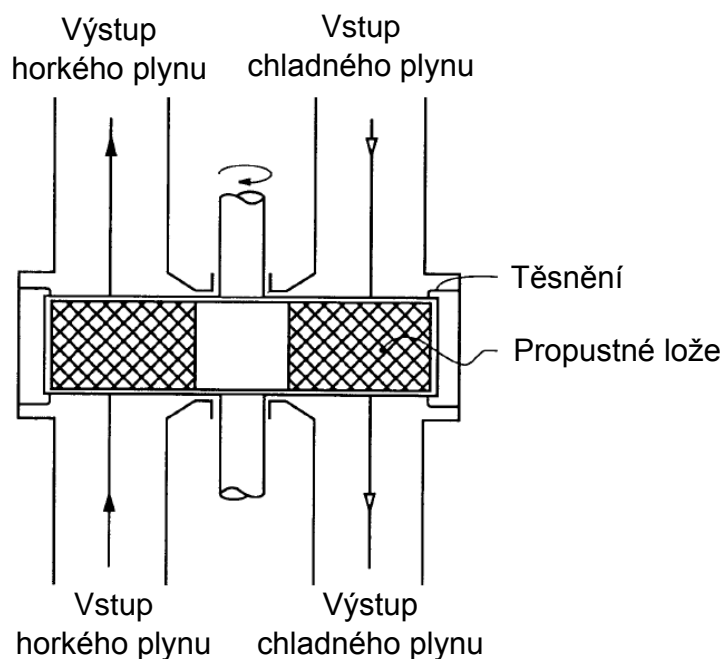
Obr. 2-2 Zapojení dvojice regenerátorů a přepínání mezi chlazením a ohříváním [2]

2.3.2 Statické regenerátory

V angličtině zvané *fixed-bed* či *fixed-matrix*. Obsahují statické lože o vysoké tepelné kapacitě, kterým střídavě prochází teplý a studený proud. Aby mohl být zajištěn nepřetržitý provoz, musí pracovat paralelně alespoň ve dvojici a přepínání média procházejícího regenerátorem s určitou periodou zajišťuje sada ventilů, což je podrobně znázorněno na obrázku 2-2. Zde uvedené zapojení je nejkomplicovanější možné, jelikož zde je zapotřebí celých 8 ventilů, což může znamenat značné prodražení konstrukce. Je proto snaha jejich počet snížit, obzvláště těch, které musí snášet vysoké teploty. Pro většinu aplikací jich tolik zapotřebí není.

2.3.3 Rotační regenerátory

Místo statické náplně je zde rotující matrice, kterou neustále proudí jak horké, tak studené médium. Obrázek 2-3 ukazuje nejběžnější konstrukční řešení.



Obr. 2-3 Rotační regenerátor [2]

Lože u rotačních regeneračních výměníků bývá menších rozměrů v porovnání se statickými a bývá tvořeno například kovovými proužky, plechy či sítěmi, které mají za úkol co nejvíc zvětšit kontaktní plochu, na které může docházet k tepelné výměně.

Rotační regenerátory mají vyšší účinnost, jelikož jejich rotující matrice může být rozežhřata až téměř na teplotu spalin a to po celou dobu cyklu. Další rozdíl je v tom, že musí obsahovat těsnění, které zabraňuje mísení obou médií a které znemožňuje vyrovnání tlaků mezi nimi (jsou-li tlaky rozdílné).

Typickým příkladem aplikace je použití při snižování vlhkosti vzduchu v klimatizačních zařízeních (průměr rotoru do 30 cm, frekvence do 10 otáček za minutu), v automobilovém průmyslu u motorů s plynovou turbínou (průměr do 60 cm, frekvence 18 otáček/min) a v elektrárnách (rotor až 10 m, otáčky v rozmezí 0,5-3 otáčky/min) [3][4].

2.3.4 Regenerátory pro kryogenní teploty

Pro úplnost výčtu je zapotřebí se zmínit i o použití regenerátorů pro kryogenní teploty. Právě regenerátory jsou totiž klíčovým zařízením při práci s teplotami blížícími se absolutní nule a s vhodnou náplní a se vhodným pracovním médiem dokáží chladit až na teploty kolem 5 až 20 K.

V konstrukci jsou v podstatě shodné s regenerátory statickými, je však zapotřebí, aby byly mohutnější, lépe izolované a liší se náplněmi. Hlavní rozdíl je ten, že účelem zařízení není vzduch předehřát v chladné periodě, ale klíčovým výstupem je zde naopak ochlazený vzduch (či jiná látka) na konci „horké“ periody. Dále zde musí být přítomné pracovní médium, zkapalněný dusík či helium, které se v průběhu studeného cyklu může i vypařovat, čímž se lože regenerátoru ochlazuje [5].

Pro kryogenní účely existují i tzv. magnetické regenerační výměníky tepla, které fungují s využitím magnetokalorického jevu. To je fyzikální jev, kdy těleso vydává či pohlcuje teplo v závislosti na měnícím se vnějším magnetickém poli. Nejčastěji používané magnetokalorické materiály jsou slitiny gadolinia (Gd) [6].

2.4 Výhody a nevýhody

Výhody regenerátorů vůči rekuperátorům:

- vyšší účinnost zařízení o stejném objemu díky vyššímu teplotnímu rozdílu, větší teplosměnné ploše a u mnohých regenerátorů nelineárnímu proudění média ložem,
- jednoduchá konstrukce a jednoduchá montáž/demontáž pro údržbu,
- samočistící účinky díky střídavému proudění z obou stran výměníku,
- zanášení výměníků příliš neovlivňuje jeho výkon, jediný negativní efekt zanášení je zvýšení tlakové ztráty,
- nízká pořizovací cena.

Nevýhody:

- střídání toků vede ke ztrátám a je spojeno s nutností opatřit regenerátory systémem ventilů, přičemž ventily pro vysoké teploty mohou být značně drahé,
- materiál je vystaven teplotním šokům při přepínání proudů,
- při přepínání mezi částmi cyklu vždy dochází k částečnému míchání teplého a studeného média – regenerační výměníky tudíž nejsou vhodné tam, kde je částečné mísení nepřípustné,
- regenerátory jsou vhodné jen pro plyny, jelikož vysoká účinnost vyžaduje, aby tepelná kapacita lože byla výrazně větší než tepelná kapacita média,
- rotační regenerátory vyžadují externí pohon,
- těsnění rotačních regenerátorů bývá problematické pro vyšší teploty a vyšší rozdíly tlaků.

Následující kapitoly se zabývají výhradně popisem statických regeneračních výměníků tepla, které jsou cílem této diplomové práce.

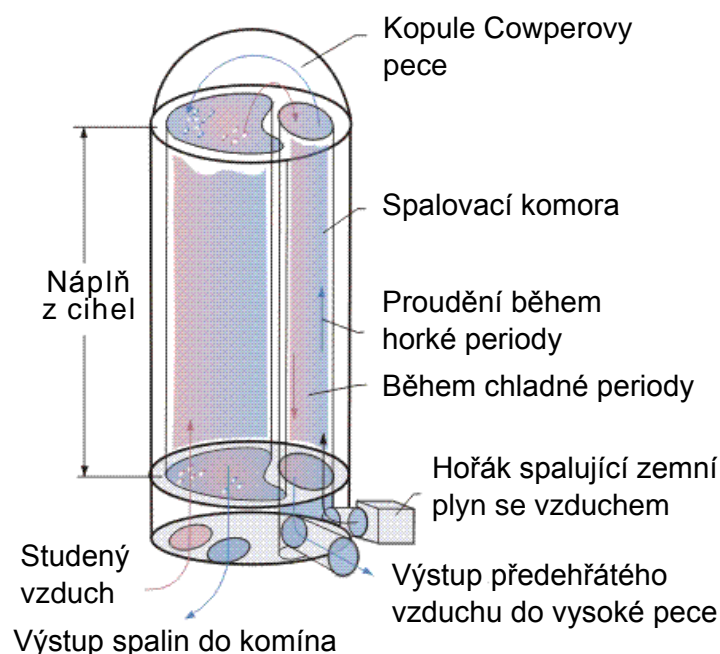
3 Konstrukce statických regenerátorů

Princip funkce regeneračních výměníků byl již popsán v předchozích kapitolách, zde následuje bližší rozbor principu činnosti jednotlivých typů statických regenerátorů.

3.1 Pece typu Cowper

Klasický případ použití regenerátorů pro vysoké teploty je ve spojení s vysokými pecemi zpracovávajícími železo či sklo. Tyto pece typu Cowper obsahují spalovací šachtu (v obrázku 3-4 napravo), ve které dochází ke spalování, čímž vznikají horké spaliny. Ty poté proudí ložem z vyskládaných žáruvzdorných cihel, které nahřívají.

U tohoto typu regeneračního výměníku tepla často přichází v úvahu současný provoz ne dvou, ale tří Cowperových pecí. Rozměrově se jedná o pece vysoké až 40 metrů, široké až 8 metrů, doba cyklu může být v rozmezí 1 až 2 hodin [4].



Obr. 3-4 Pec typu Cowper [4]

Ve studené periodě pecí proudí studený vzduch, který se průchodem ohřívá. Při použití pro předehřívání vzduchu pro vysoké pece je však zapotřebí, aby jeho výstupní teplota byla pokud možno konstantní, což samostatný chod regenerátoru nesplňuje. Zavádí se proto bypass, kde se průtok chladného média před vstupem do Cowperovy pece rozdělí, jelikož kromě neměnné hodnoty výstupní teploty je požadována i konstantní hodnota průtoku.

Hlavní proud vstupuje do pece, tam se nahřeje, a po výstupu z pece se k němu přimíchá zbytek proudu, čímž se výsledný proud ochladí na požadovanou teplotu. V průběhu chladné periody však výstupní teplota z regenerátoru postupně klesá, a proto je zapotřebí zavést regulaci. Ta probíhá tak, že se s časem snižuje průtok plynu jdoucí bypassem a zvyšuje se podíl vzduchu vstupujícího do pece. Tím se dosáhne toho, že z Cowperovy pece vystupuje větší průtok sice chladnějšího vzduchu, ale ten už je ředěn jen velmi malým proudem z bypassu. Tímto způsobem lze dosáhnout konstantní výstupní teploty [7].

3.2 Regenerátory se sypaným/skládaným ložem

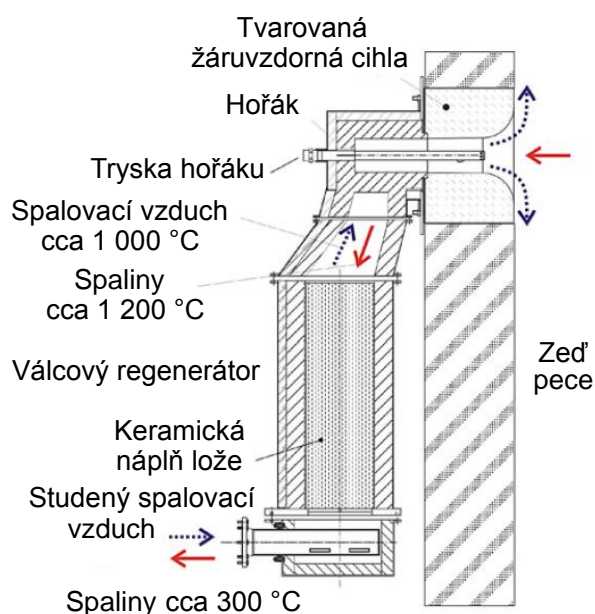
Častějším typem jsou v současnosti regenerátory sypané či skládané, které jsou menších rozměrů a výkonů než pece typu Cowper a slouží k regeneraci tepla u různých procesů, např. v chemickém, energetickém, sklářském a kovy zpracovávajícím průmyslu. V podstatě se jedná pouze o nádobu obsahující tělíska určená pro kumulaci tepla, která jsou blíže popsána v kapitole 3.3. Provedení a použitá náplň se liší pro vysoké teploty (až 1 300 °C) a pro nízké teploty (do 400-500 °C). Doba cyklu je kratší, konkrétně ve stovkách až pouze desítkách sekund.

Vysokoteplotní zařízení musí splňovat tyto požadavky [4]:

- odolávat teplotě až 1 300 °C,
- předehřívát vzduch až na 1 000 °C,
- zvládat agresivní média a velký obsah nečistot.

S tím jsou spojená určitá obecná doporučení:

- regenerátor by měl být co nejblíže peci, aby bylo zapotřebí co nejkratší žáruvzdorné potrubí a aby nebyly zapotřebí drahé žáruvzdorné ventily,
- směr proudění by měl být vertikální, aby se omezilo usazování nečistot,
- pro vysokoteplotní aplikace je nezbytné, aby vnitřek regeneračního výměníku i materiál lože byly z keramických materiálů.



Obr. 3-5 Regenerátor u pece na zpracování surového železa [4]

Na obrázku 3-5 je znázorněn vysokoteplotní regenerátor u ocelářské pece, kde v chladné části cyklu (modré šipky) je regenerátorem předehřátý vzduch přímo přiváděn k hořáku. Tam dochází ke spalování a vzniklé horké spaliny vstupují do pece. Naopak v horké části cyklu (červené šipky) se horký plyn z pece nasává rovnou do regenerátoru, čímž ho zahřívá a sám se chladí. Tento způsob provedení má, stejně jako pece typu Cowper, tu výhodu, že nejsou zapotřebí ventily sloužící k přepínání mezi periodami na horké straně regenerátoru.

Konstrukce regeneračních výměníků pro nižší teploty je vcelku jednoduchá, v podstatě se jedná jen o nádobu, ve které jsou umístěna tělíska sloužící k výměně tepla. Tělíska mohou být

v regeneračním výměníku buď volně nasypána (např. kuličky či Rashigovy kroužky) nebo orientovaně naskládána, jedná-li se o tvarovaná tělíska a jednotlivé kusy na sebe dosedají, viz následující kapitola. Právě u těchto nízkoteplotních regenerátorů přichází v úvahu zapojení z obrázku 2-2.

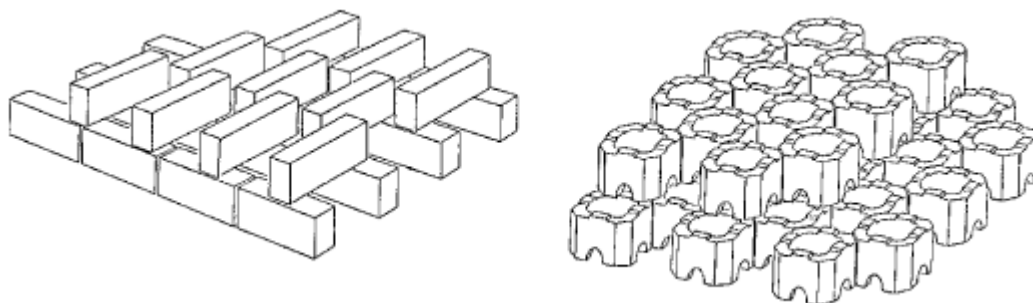
3.3 Druhy a materiály loží

Jak již bylo zmíněno výše, nejvhodnějším materiálem schopným odolávat jak vysokým teplotám, tak agresivnímu korozivnímu prostředí včetně nečistot, je keramika. Kovové materiály se dají použít nejvýše do teplot kolem 600 °C – některé kovové superslitiny mají sice vyhovující vlastnosti i za vyšších teplot, ale jsou příliš drahé na to, aby byly rentabilní pro toto uplatnění.

Nejrozšířenějším keramickým materiálem pro technologické účely, který je vhodný i pro použití v regenerátorech, je alumina, oxid hlinitý Al_2O_3 . Tento materiál je odolný proti korozi i teplotním šokům a v porovnání s jinými technicky vyspělými keramickými materiály je relativně levný [8].

V následující části jsou popsány nejpoužívanější typy loží.

Keramické cihličky – používané zejména u velkých regenerátorů¹. Mohou být různě tvarované (obrázek 3-6 napravo) a různých velikostí, největší rozměry mají tloušťku až 200 mm a s tím je pak spojena perioda mezi hodinou až dvěma. Rozměry se s vývojem postupně zmenšovaly až na 40 mm i méně, pak se dá mluvit o periodě mezi čtvrt a půl hodinou [4]. Cihličky lze různě skládat, aby bylo dosaženo co největší teplosměnné plochy, viz obrázek 3-6 nalevo. Dříve bylo zvykem měnit v různých částech regenerátoru velikost, tvar, uspořádání či materiál částic v loži. Dnes se již od této praxe upustilo.



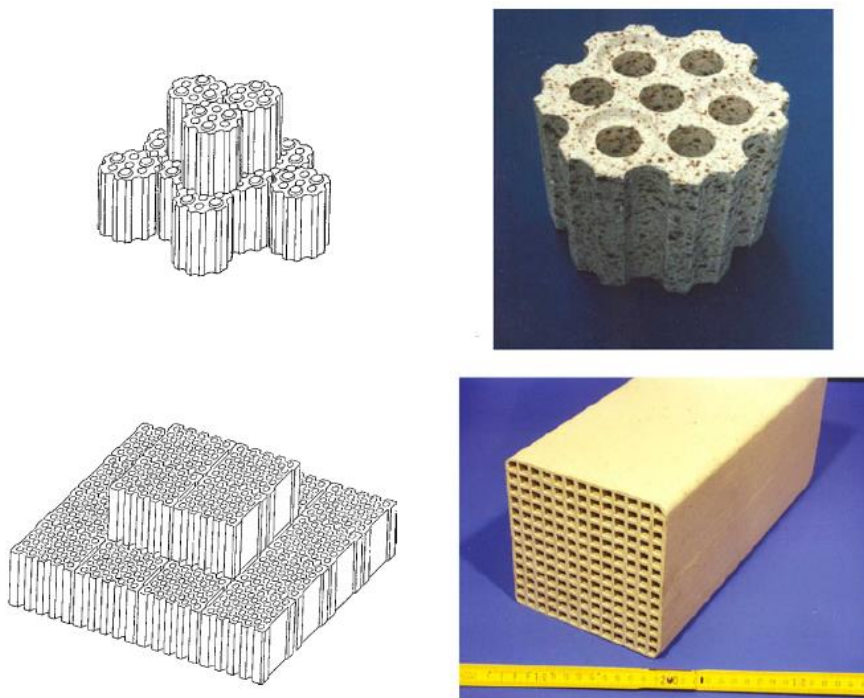
Obr. 3-6 Keramické náplně lože [4]

Keramické vestavby – Častým typem náplně lože jsou voštinové vestavby². Jedná se o různě tvarované orientované dílky, které obsahují drobné kanálky pro zvětšení teplosměnné plochy, viz obrázek 3-7, na kterém jsou vyobrazeny dvě nejčastější provedení. Jejich výhodou je, že jsou méně náchylné k usazování prachu a že mají nízkou tlakovou ztrátu.

Desky keramické i kovové – Ve starších aplikacích a v některých příkladech je počítáno s ložem tvořeným kvádry o jisté tloušťce, které jsou uspořádány rovnoběžně se směrem proudění a médium je tudíž obtéká z obou stran.

¹ V angličtině se tomuto typu náplně říká *checkerwork*

² V angličtině zvané *honeycombs*



Obr. 3-7 Voštinové vestavby loží

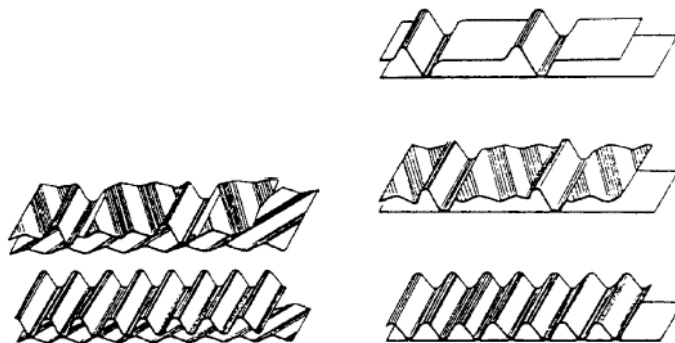
Keramické sypané náplně – vůbec nejčastější náplní jsou volně ložené keramické **kuličky**, viz obrázek 3-8 nalevo. Jejich výhodou je, že mají vyšší koeficient přestupu tepla vůči jiným typům náplní, ale jsou citlivější k zanášení prachem a jimi způsobená tlaková ztráta je vyšší. Obdobná charakteristika platí i pro **Raschigovy kroužky**, obrázek 3-8 napravo [4].



Obr. 3-8 Keramické kuličky a Raschigovy kroužky [4]

Kovové sypané náplně – u nižších teplot je možné použít náplň z kovu – obvykle z nerezové oceli a to ve stejných tvarových provedeních jako na obrázku 3-8 – tj. jako kuličky, Raschigovy kroužky či voštinové vestavby.

Na obrázku 3-9 jsou k vidění různé typy **tvarovaných kovových plechů**, které se dříve používaly pro kryogenní účely a které se používají u rotačních regenerátorů. Tloušťka plechů je 0,5 až 1 mm a hydraulický průměr vzduchového kanálku je mezi 4 a 9 mm [4].



Obr. 3-9 Plechová lože, různá provedení [4]

Štěrk – pro některé aplikace, například pro kryogenní teploty neblíží se absolutní nule, se používají jako náplň štěrkové oblázky [9]. Jejich hlavní výhodou je nízká cena a dobrá dostupnost.

Jako materiály pro kryogenní teploty se též používá **olovo** (20 – 50 K) nebo vzácné prvky jako **Erbium** či **Holmium** ve formě nitridů (pro teploty pod 20 K). Tyto sloučeniny jsou vhodné z toho důvodu, že u většiny běžných materiálů významně klesá měrná tepelná kapacita pro teplotou blíží se absolutní nule, což výrazně snižuje výkon regenerátoru. Je proto zapotřebí použít právě takové materiály, které mají pokles měrné tepelné kapacity co nejnižší [5].

Tradičním **výrobcem náplní** použitelných do regenerátorů je německá firma Raschig. Ta se specializuje především na konstrukce zařízení pro přenos hmoty (destilace, absorpce), ale jejich keramická a kovová tělíska jsou použitelná i pro regenerátory. Na jejich webu [10] lze snadno dohledat katalog, ve kterém jsou pro jednotlivé velikosti tělísek uvedeny i vlastnosti jako mezerovitost či specifický povrch.

Mezi další výrobce tělísek a náplní do loží regeneračních výměníků tepla patří například Christy Catalytics [11] nebo JiangXi Kelley chemical packing Co. [12].

Geometrické vlastnosti materiálu lože lze popsat pomocí následujících parametrů:

- hydraulický průměr volného průřezu d_h ,
- mezerovitost ε ,
- relativní specifický povrch a_r ,
- ekvivalentní tloušťka desky δ_d při konstantní hmotnosti náplně.

Přičemž bylo dokázáno, že stačí znát jenom 2 z těchto 4 parametrů a zbylé dva se dají dopočítat pomocí vztahů [4]:

$$a_r = \frac{4\varepsilon}{d_h} \quad (1)$$

$$\delta_d = \frac{d_h \cdot (1 - \varepsilon)}{2\varepsilon} \quad (2)$$

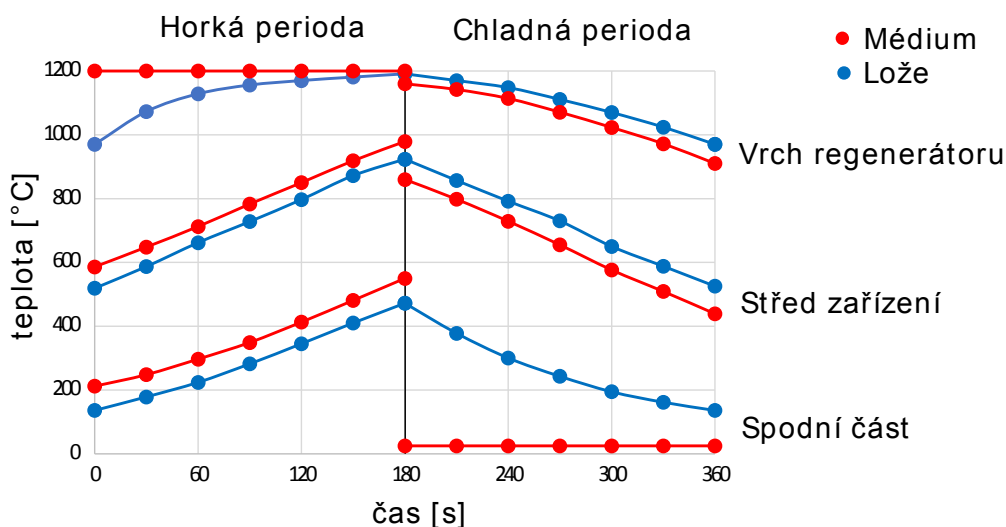
4 Zákonitosti přenosu tepla v regenerátorech

4.1 Rozložení teplot v regenerátoru

Pro většinu aplikací se dá předpokládat, že v rámci trvání jedné periody jsou vstupní teploty médií do regeneračního výměníku tepla konstantní. Jiná situace ohledně vstupních teplot ovšem nastává při dlouhodobém provozování regenerátoru.

U chladného média je předpoklad konstantní vstupní teploty vcelku oprávněný. V praxi se totiž nejčastěji jedná o vzduch nasávaný z okolí a jeho teplota je v řádu minut konstantní (ne však v řádu několika hodin). I horké médium u řady procesů, v nichž se využívá regenerace tepla, lze často považovat za konstantní. Je-li však vstupní teplota známá, časově proměnná a periodicky se opakující, pak lze určit její střední hodnotu a počítat dále s touto průměrnou hodnotou. Tematicke vlivu vstupních veličin se dále věnuje i kapitola 4.7.

Na obrázku 4-10 je vykreslen průběh teplot média (červeně) a lože (modře) v závislosti na čase v ustáleném chodu regenerátoru pro 3 různá místa regenerátoru – na obou koncích a v jeho středu. Z těchto tří křivek vyplývá teplotní profil i pro zbytek zařízení.



Obr. 4-10 Průběh teplot v regenerátoru (upraveno z [4])

Pro úplnost je potřeba doplnit, že tento průběh platí pro protiproudé zapojení. U regenerátorů se souproudé zapojení nepoužívá, protože protiproud má výrazně vyšší tepelnou účinnost a je schopen médium přehřát na vyšší teploty. Tento fakt je zjevný, když si čtenář představí, jak by vypadala pravá půlka obrázku, pokud by se chladný vzduch nejprve dostal do kontaktu s ložem o teplotě až 1 000 °C a s tím jak by se zahříval, tak by se postupně dostával do kontaktu s čím dál chladnějším náplní.

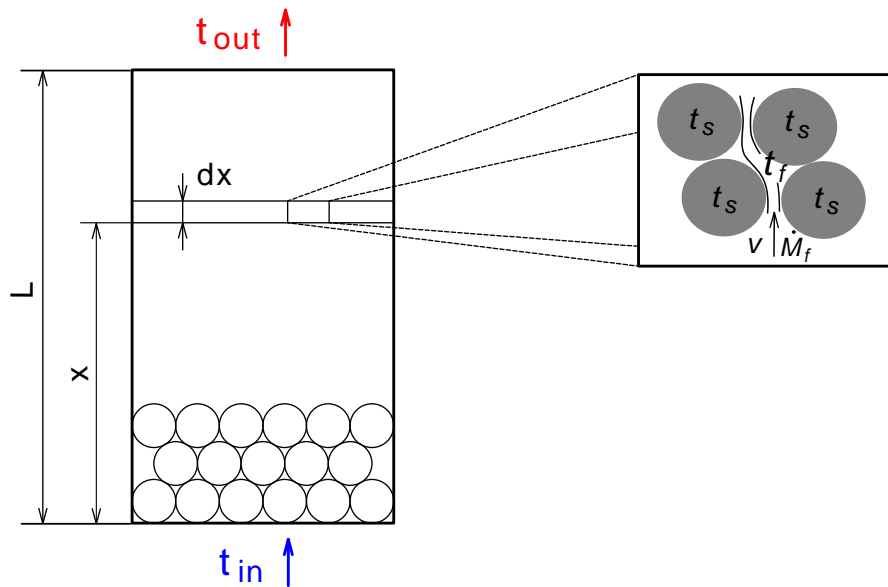
Je třeba dodat, že rozložení teplot lože, tj. modré křivky na obrázku, by vypadalo jinak, kdyby se jednalo o ustálený stav v souproudém zapojení. Každopádně spodní část regenerátoru – při vstupu studeného média seshora – by nebylo čím chladit a neprobíhala by žádná tepelná výměna, protože vzduch i matrice by měly už vysokou teplotu, hrubým odhadem 400 °C.

Na obrázku 4-10 je mimo jiné dobře vidět již dříve zmíněný fakt, že výstupní teplota obou médií není časově konstantní, což v některých aplikacích může být nežádoucí. Způsob řešení tohoto problému byl nastíněn v kapitole 3.1 na základě Willmottova článku [7], ve kterém je popsána výpočetní metoda umožňující řešení pro proměnný vstupní průtok média.

4.2 Základní výpočtové vztahy

4.2.1 Rovnice přenosu tepla

Diferenciální rovnice přenosu tepla v regenerátoru jsou odvozeny z rozboru proudění média jedním kanálkem lože, viz obrázek 4-11.



Obr. 4-11 Proudění média kanálkem lože

V každém kanálku vytvořeném v loži dochází k přestupu tepla konvekcí mezi plynem a pevnou látkou, kterýžto vztah se vyjádří následovně:

$$d\dot{Q} = \bar{\alpha}A(t_s - t_f)\frac{dx}{L} \quad (3)$$

Je-li materiál lože teplejší než proudící médium, pak se teplo přesouvá z pevné látky do proudícího plynu a pro změnu tepla média platí:

$$d\dot{Q} = \dot{M}_f C_f L \frac{\partial t_f}{\partial x} + M_f C_f \frac{\partial t_f}{\partial \tau} \quad (4)$$

Jelikož

$$M_f = \dot{M}_f \frac{L}{v} \quad (5)$$

tak rovnici (4) lze upravit do tvaru

$$d\dot{Q} = \dot{M}_f C_f L \left(\frac{\partial t_f}{\partial x} + \frac{1}{v} \frac{\partial t_f}{\partial \tau} \right) \quad (6)$$

Zároveň se materiál lože o tuto hodnotu \dot{Q} ochlazuje a tudíž změna tepla lože je dána vztahem:

$$-d\dot{Q} = \frac{M_s C_s}{L} \frac{\partial t_s}{\partial \tau} \quad (7)$$

Po dosazení rovnice (4) do rovnic (6) a (7) se získají dvě základní diferenciální rovnice pro protiproudé zapojení [13]:

$$\bar{\alpha} A (t_s - t_f) = \dot{M}_f C_f L \left(\frac{\partial t_f}{\partial x} + \frac{1}{v} \frac{\partial t_f}{\partial \tau} \right) \quad (8)$$

$$\bar{\alpha} A (t_f - t_s) = M_s C_s \frac{\partial t_s}{\partial \tau} \quad (9)$$

Kde veličiny použité v předchozích vzorcích jsou:

- \dot{Q} – tepelný tok, [W]
- $\bar{\alpha}$ – modifikovaný součinitel přestupu tepla, [W/m²K]
- A – teplosměnná plocha, [m²]
- \dot{M} – hmotnostní průtok, [kg/s]
- M – hmotnost, [kg]
- C – měrná tepelná kapacita, [J/kgK]
- L – délka (či výška) regenerátoru, [m]
- t – teplota, [°C]
- v – rychlost proudění média regenerátorem, [m/s]
- τ – čas, [s]
- x – vzdálenost místa v regenerátoru od vstupu média, [m]

Jinak řečeno to znamená, že rovnice (8) popisuje na levé straně teplo předané konvekcí mezi plynem a ložem a na pravé straně je změna tepla proudu média procházejícího regenerátorem. Rovnice (9) nalevo opět udává vztah mezi teplem předaným konvekcí, zatímco napravo je vztah pro teplo pohlcené/uvolněné náplní.

Tyto rovnice platí pro obě části cyklu, přičemž některé veličiny mohou být různé pro horkou a chladnou periodu, například modifikovaný součinitel přestupu tepla $\bar{\alpha}$.

Výše uvedené bylo odvozeno za následujících předpokladů:

- 1) Situace je ve všech kanálcích stejná. Jinými slovy platí, že rozložení průtoku média po průřezu regenerátoru je homogenní a to po celé délce zařízení.
- 2) Tepelná vodivost materiálu lože je nekonečná ve směru kolmém na směr proudění média a nulová ve směru rovnoběžném s prouděním média.
- 3) Neuvažují se tepelné úniky do okolí.
- 4) Součinitel přestupu tepla je konstantní po délce regenerátoru.
- 5) Průtok média je po celou dobu periody konstantní.
- 6) Vstupní teploty médií jsou rovnoměrné po celém průřezu a neměnné po celou dobu periody.
- 7) Je použito protiproudé zapojení.
- 8) Bylo dosaženo cyklické rovnováhy.

K těmto podmínkám se ještě přidává i bod 9), což je vysvětleno níže v textu.

- 9) Vliv média při přepínání cyklů je zanedbatelný.

Diferenciální rovnice (8) a (9) je potřeba doplnit o okrajové podmínky (10) a (11). Ty popisují fakt, že teplota lože na začátku jedné periody je stejná, jako byla jeho teplota na konci periody předchozí.

$$t_s^h(x, 0) = t_s^c(L - x, P^c) \quad (10)$$

$$t_s^c(x, 0) = t_s^h(L - x, P^h) \quad (11)$$

Kde P je doba horké či chladné části cyklu.

4.2.2 Bezrozměrná kritéria

Pro řešení diferenciálních rovnic (8) a (9) je výhodné zavést bezrozměrnou délku ξ a bezrozměrný čas η :

$$\xi = \frac{\bar{\alpha}Ax}{\dot{M}_f C_f L} \quad (12)$$

$$\eta = \frac{\bar{\alpha}A}{M_s C_s} \left(\tau - \frac{x}{v} \right) \quad (13)$$

Ty umožňují přepsání diferenciálních rovnic do podoby:

$$\frac{\partial t_f}{\partial \xi} = t_s - t_f \quad (14)$$

$$\frac{\partial t_s}{\partial \eta} = t_f - t_s \quad (15)$$

Přičemž rovnice (14), (15) se v mnohých zdrojích vyskytují s bezrozměrnými teplotami, které se určí následovně:

$$\Phi_f = \frac{t_f - t_{in}^c}{t_{in}^h - t_{in}^c}; \quad \Phi_s = \frac{t_s - t_{in}^h}{t_{in}^h - t_{in}^c} \quad (16)$$

Kde t_f a t_s jsou skutečné teploty média a lože v danou chvíli a Φ_f , Φ_s jsou odpovídající bezrozměrné teploty. Výhodou těchto rovnic je, že Φ_f se pohybuje v intervalu (0, 1) s maximální hodnotou pro $t_f = t_{in}^h$ a s minimální pro $t_f = t_{in}^c$.

Účinnost regenerátoru se měří pomocí **tepelných poměrů**:

$$\eta_{reg}^h = \frac{t_{in}^h - \bar{t}_{out}^h}{t_{in}^h - t_{in}^c} \quad (17)$$

$$\eta_{reg}^c = \frac{t_{in}^c - \bar{t}_{out}^c}{t_{in}^h - t_{in}^c} \quad (18)$$

Kde teploty \bar{t}_{out} jsou časově průměrné výstupní teploty

Tyto tepelné poměry (přičemž vhodnější název by byl *teplotní poměry*) dosahují maximální hodnoty 1 tehdy, když výstupní teplota média po horké či studené části cyklu je stejná jako vstupní teplota opačné periody.

Pro popis regeneračních výměníků tepla se s výhodou zavádí bezrozměrné parametry **redukováná délka Λ** a **redukováná perioda Π** , které jsou klíčové pro popis chování i navazující výpočetní metody regenerátorů. Pro horký cyklus jsou dány vztahy:

$$\Lambda^h = \frac{\bar{\alpha}^h A}{\dot{M}^h C^h} \quad (19)$$

$$\Pi^h = \frac{\bar{\alpha}^h A (P^h - \frac{L}{v^h})}{M_s C_s} \quad (20)$$

Pro studený cyklus platí³:

$$\Lambda^c = \frac{\bar{\alpha}^c A}{\dot{M}^c C^c} \quad (21)$$

$$\Pi^c = \frac{\bar{\alpha}^c A (P^c - \frac{L}{v^c})}{M_s C_s} \quad (22)$$

Redukovaná délka popisuje „tepelnou velikost“ regenerátoru $\bar{\alpha}A$ ku tepelnému toku proudícímu regenerátorem, zatímco redukováná perioda popisuje tepelnou velikost v poměru k tepelné kapacitě náplně se zahrnutím vlivu doby trvání periody. Platí, že čím menší redukováná perioda, tím vyšší tepelná účinnost regenerátoru. Z toho vyplývá, že čím větší bude poměr $\bar{\alpha}A$ ku $M_s C_s$, tím menší musí být perioda P . Toto je případ rotačních regenerátorů – ložem jsou kovové plechy či síta o malé hmotnosti, ale velkém povrchu. To je pak vykoupeno tím, že doba cyklu je v řádu jednotek a nejvýše desítek sekund.

Člen $\frac{L}{v}$ popisuje vliv média, které zůstalo v zařízení při přepínání mezi periodami, což je nevyhnutelný jev. Když se uzavře přívod (třeba) horkého média, tak jeho část v regenerátoru zůstane. Poté však z opačné strany okamžitě následuje přívod média studeného, které s sebou odnese i to teplé médium, které v loži regenerátoru zbylo z předchozí horké části cyklu. Většinou však platí, že množství tohoto média je zanedbatelné vůči množství, které zařízením projde během celé periody a tudíž lze člen $\frac{L}{v}$ při výpočtu zanedbat. Tím vzniká předpoklad 9) zmíněný v kapitole 4.2.1.

Další bezrozměrnou veličinou, se kterou se lze v literatuře setkat [14], je utilizační faktor U . Nabývá různých hodnot pro obě periody, vztah pro horkou periodu je uveden níže.

$$U^h = \frac{\Pi^h}{\Lambda^h} = \frac{\dot{M}^h C^h P^h}{M_s C_s} \quad (23)$$

Hlavní výhodou utilizačního faktoru U je fakt, že neobsahuje součinitel přestupu tepla mezi plynem a materiálem lože.

Dále se může zavést značení pomocí indexů $_1$ a $_2$, které značí slabší a silnější proud. Slabším proudem je ta perioda, která má nižší hodnotu utilizačního faktoru, tedy je-li $U^c < U^h$, pak studená část cyklu bude po zbytek výpočtu značena dolním indexem $_1$ místo horního indexu $_c$.

³ Ve zbytku dokumentu takovéto duplicitní vzorce pro horký a studený cyklus nebudou vždy zvlášť vypisovány. Místo toho bude pouze zmíněno, že vzorec nabývá různých hodnot pro horkou a studenou periodu, přičemž by mělo být zjevné, které veličiny se budou odlišovat.

Pomocí bezrozměrných parametrů odvozených výše, je možné zavést poměr asymetrie γ a poměr nerovnováhy β . Jejich hodnoty poté rozdělují regenerátory **symetrické** vs. **nesymetrické** a na **rovnovážné** a **nerovnovážné**⁴. Shrnutí těchto kategorií je v tabulce 4-1. Poměr nerovnováhy je uveden jako vzorec (24) a poměr asymetrie pod vzorcem (25).

$$\beta = \frac{U_1}{U_2} = \frac{\dot{M}_1 C_1 P_1}{\dot{M}_2 C_2 P_2} \quad (24)$$

$$\gamma = \frac{\Lambda_1}{\Lambda_2} = \frac{\bar{\alpha}_1}{\dot{M}_1 C_1} \cdot \frac{\dot{M}_2 C_2}{\bar{\alpha}_2} \quad (25)$$

Tyto charakteristiky regeneračního výměníku jsou důležité, jelikož ovlivňuje jeho vlastnosti i následný výpočet. Zákonitosti u symetrického-rovnovážného regenerátoru jsou v mnohém jednodušší než vztahy u regenerátoru obecného (nesymetrického-nerovnovážného). Dále bylo například dokázáno, že regenerátory nesymetrické-nerovnovážné, mají vyšší účinnost než regenerátory symetrické-rovnovážné [15].

Tabulka 4-1 Kategorie regenerátorů [13][15]

	Symetrické		Nesymetrické	
	Rovnovážné	Nerovnovážné	Rovnovážné	Nerovnovážné
Vztahy	$\Lambda^h = \Lambda^c = \Lambda$ $\Pi^h = \Pi^c = \Pi$	$\Lambda^h = \Lambda^c$ $\Pi^h \neq \Pi^c$	$\frac{\Pi^h}{\Pi^c} = \frac{\Lambda^h}{\Lambda^c} \neq 1$	$\Lambda^h \neq \Lambda^c$ $\Pi^h \neq \Pi^c$
Poměr asymetrie γ	1	1	$\frac{\Lambda_1}{\Lambda_2} \neq 1$	$\frac{\Lambda_1}{\Lambda_2} \neq 1$
Poměr nerovnováhy β	1	$\frac{U_1}{U_2} \neq 1$	1	$\frac{U_1}{U_2} \neq 1$

Často je proto zapotřebí redukované veličiny nesymetrického regenerátoru převést na „ekvivalentní“ regenerátor symetrický-rovnovážný a to se provádí pomocí harmonických průměrů značených spodním indexem H :

$$\frac{2}{\Pi_H} = \frac{1}{\Pi^h} + \frac{1}{\Pi^c} \quad (26)$$

$$\frac{2}{\Lambda_H} = \frac{1}{\Pi_H} \left(\frac{\Pi^h}{\Lambda^h} + \frac{\Pi^c}{\Lambda^c} \right) \quad (27)$$

Pro symetrický regenerátor přitom platí:

$$\eta_{reg,H} = \frac{\Lambda_H}{\Lambda_H + 2} \quad (28)$$

⁴ Anglicky *balanced* a *unbalanced*

4.3 Vliv teploty na termofyzikální vlastnosti

Fyzikální vlastnosti látek nejsou konstantní, ale jsou závislé na teplotě a tlaku. Tudíž veličiny jako hustota, viskozita, tepelná vodivost, či měrná tepelná kapacita nejsou v reálném provozu konstantní po celé délce regenerátoru ani po celou dobu cyklu, ale mění se v závislosti na momentální teplotě. Je tedy zřejmé, že dojde ke značnému zjednodušení matematického modelu regeneračního výměníku tepla, bude-li se předpokládat, že všechny tyto vlastnosti jsou během výpočtu konstantní. Při výpočtu se používají následující přístupy k určování termofyzikálních vlastností látek.

Lineární model regenerátoru

O lineárním modelu se mluví tehdy, když se vlastnosti s teplotou nemění. Typicky se postupuje tak, že se potřebné fyzikální veličiny u horké i chladné části cyklu vyčíslí z tabulek pro referenční teplotu t_{ref} , která je pro obě části cyklu stejná.

$$t_{ref} = \frac{t_{in}^h + t_{in}^c}{2} \quad (29)$$

Kvazilineární model

Zde se též využívají konstantní termofyzikální vlastnosti, ovšem ty již jsou různé pro chladnou a pro horkou periodu. Referenční teplota se pro každý proud vyjádří pomocí vzorce:

$$t_{ref} = \frac{\tilde{t}_{in} + \tilde{t}_{out}}{2} \quad (30)$$

Zjevný problém u této metody je, že na začátku výpočtu nejsou známy výstupní teploty t_{out} . To se vyřeší pomocí iterace, kde se pro první cyklus výpočtu počítá s referenční teplotou stejnou jako u lineárního modelu. Tím se získá první výsledek (ve formě časově průměrných výstupních teplot), díky kterému již lze v dalším kroku iterace použít vzorec (30) a získat nové, přesnější, referenční teploty a přesnější odhady fyzikálních vlastností. Takto iterace pokračuje, dokud odchylka mezi po sobě jdoucími vypočtenými teplotami nebude dostatečně malá.

Nelineární model

Nelineární model regeneračních výměníků tepla bere v potaz proměnlivost termofyzikálních vlastností po délce zařízení i proměnlivost v čase. Výpočet pro tento model je poté patřičně složitější a stojí za zvážení, kdy je zapotřebí jej použít – různé pokusy ukazují, že výsledné průběhy teplot získané lineárními či kvazilineárními metodami výpočtu nedávají příliš odlišné výsledky v porovnání s metodami nelineárními [13]. I když v dnešní době rychlých počítačů není ani tento výpočet příliš časově náročný.

4.4 Vliv příčného vedení tepla v loži

V kapitole 4.2.1 je zmíněn předpoklad 2) platnosti rovnic přenosu tepla (8) a (9) říkájící, že tepelná vodivost materiálu lože je nekonečná ve směru kolmém k proudícímu médiu a nulová ve směru proudícího média. To v důsledku znamená, že materiál náplně má po celém průřezu stejnou teplotu ve všech bodech.

Tato podmínka bude dostatečně splněna pro tenké kovové plechy, ale u materiálů s nižší tepelnou vodivostí a s větší tloušťkou je již zapotřebí zahrnout vliv odporu k přenosu tepla.

Hausen [13], průkopník v oboru tepelných výpočtů regenerátorů, navrhl následující výpočet, který tento vliv zahrne pomocí modifikovaného součinitele přestupu tepla $\bar{\alpha}^5$:

$$\frac{1}{\bar{\alpha}} = \frac{1}{\alpha} + \frac{d}{2(w+2)\lambda} \Phi_H \quad (31)$$

Vzorec je použitelný pro:

- desky o tloušťce $d \rightarrow$ pak $w = 1$,
- plné válce o průměru $d \rightarrow w = 2$,
- koule o průměru $d \rightarrow$ pak $w = 3$.

Přičemž λ je součinitel tepelné vodivosti náplně lože a Φ_H je tzv. Hausenův faktor [13], který se dopočítá podle vztahu:

$$\Phi_H = 1 - \frac{d^2}{4[(w+3)^2 - 1]\kappa} \left(\frac{1}{\Pi^h} + \frac{1}{\Pi^c} \right) \quad (32)$$

pro hodnoty $\frac{1}{\Pi^h} + \frac{1}{\Pi^c}$, které splňují podmínku:

$$\frac{d^2}{4\kappa} \left(\frac{1}{\Pi^h} + \frac{1}{\Pi^c} \right) \leq 5 \frac{w+1}{2} \quad (33)$$

kde κ je tepelná difuzivita.

Pro hodnoty, které tuto podmínku nesplňují, poté platí složitější vzorec:

$$\Phi_H = \frac{2,142(w+2)}{\sqrt{z + \frac{18d^2}{\kappa} \left(\frac{1}{\Pi^h} + \frac{1}{\Pi^c} \right)}} \quad (34)$$

kde z je koeficient závislý na typu náplně:

Pro desky $\rightarrow z = 2,7$.

Pro válce $\rightarrow z = 9,9$.

Pro koule $\rightarrow z = 27,0$.

V literatuře existují vzorce pro výpočet modifikovaného součinitele přestupu tepla i pro další, složitější tvary náplně lože. Každopádně nemění-li se po dobu výpočtu součinitel přestupu tepla α , pak se nebude měnit ani modifikovaný součinitel $\bar{\alpha}$. Uvažují-li se však proměnné termofyzikální vlastnosti, pak je zapotřebí α a potažmo i $\bar{\alpha}$ v průběhu výpočtu přepočítávat. Blíže se touto tematikou zabývá kapitola 6.2.

4.5 Vliv vedení tepla ve směru proudění média

K podmínce 2) platnosti rovnic přenosu tepla (8) a (9) z kapitoly 4.2 lze zavést faktor vedení ζ , který dává do poměru míru vedení tepla ložem ve směru rovnoběžném s prouděním média ku teplu dodávanému/odebíranému plynem:

$$\zeta = \frac{Ad\lambda_s}{2\dot{M}_f C_f L^2} \quad (35)$$

Přičemž tato hodnota bude různá pro horký a chladný cyklus.

⁵ V angličtině zvaném *lumped heat transfer coefficient*.

Tuto hodnotu není těžké vyčíslit, a tudíž je možno provést posouzení, či vliv vedení bude zanedbatelný – je-li ζ menší nebo rovna 10^{-2} , a Λ_H je menší než 50, pak se doporučuje vliv vedení zanedbat [13].

Pro valnou většinu reálných zařízení tento vliv skutečně zanedbatelný je, podmínka zmíněná v kapitole 4.2 tedy platí. Statické regenerátory mívají faktor vedení ζ nižší než 10^{-4} , a u většiny rotačních regenerátorů je $\zeta < 10^{-3}$. Ze vzorce (35) vyplývá, že ζ bude nabývat vysokých hodnot pro regenerátory s velkým průměrem a malou délkou/výškou a s velkým součinitelem tepelné vodivosti λ_s , což může být případ některých speciálních typů rotačních regenerátorů [13].

4.6 Tepelné ztráty

Tepelnými ztrátami regeneračního výměníku tepla se rozumí teplo uniklé ze samotného těla regenerátoru do okolního prostředí. Tepelné ztráty z přilehlých potrubí, armatur, či jiných zdrojů sem nespádají.

Základní předpoklad, se kterým se většinou počítá při vyčíslování ztrát do okolí, je ten, že se tepelné ztráty rozdělují po celém průřezu zařízení a nebere se v potaz, že teplo uniká nejvíce z kanálků s proudícím médiem nacházejících se nejbližší povrchu zařízení.

Řešení rovnic s vlivem tepelných ztrát je možné tehdy, když se rovnice (14) modifikuje do tvaru:

$$\frac{\partial t_s}{\partial \eta} = t_f - t_s - \dot{q}_z \quad (36)$$

Kde \dot{q}_z měrný ztrátový tepelný tok ve $^{\circ}\text{C}$ a \dot{Q}_z je ztrátový tepelný tok ve wattech.

Důsledkem tepelných ztrát je následný pokles výstupních teplot Δt_{out}^h a Δt_{out}^c oproti výsledkům získaným výpočtem bez uvažování ztrát. Vztah mezi poklesem teplot a ztrátou tepla je dán následující rovnicí:

$$\dot{Q}_z(P^h + P^c) = \dot{M}^h C^h P^h \Delta t_{out}^h + \dot{M}^c C^c P^c \Delta t_{out}^c \quad (37)$$

V praxi přitom platí, že pokles teploty vlivem ztrát se u regenerátorů u vysokoteplotních pecí může pohybovat kolem 10°C , zatímco u dobře zaizolovaných nízkoteplotních regenerátorů to mohou být pouze desetiny stupně Celsia [13].

4.7 Dosažení cyklické rovnováhy

Regenerátorům při jejich najíždění do provozu jistou dobu trvá, než se jejich chod ustálí a než dosáhnou maximálního výkonu, což již bylo zmíněno i v předchozích kapitolách. Tomuto výslednému stavu se říká cyklická rovnováha a u některých typů regenerátorů může její dosažení trvat mnoho cyklů a mnoho hodin či dokonce i dní. To je případ především Cowperových pecí, kde doba jedné poloviny cyklu trvá půl hodiny a více.

K odhadu doby potřebné k dosažení rovnováhy se většinou používají empirické vzorce, v Heat exchanger design handbook [13] je uveden následující vztah platný pro rovnovážné regenerátory a pro $\Lambda_H \leq 40$:

$$\theta = \mu_{\theta}(0,622\Lambda_H^2 + 4,144\Lambda_H + 4,464) \quad (38)$$

Koeficient μ_θ se spočte dle vzorce (39).

$$\mu_\theta = (1 + k) \left(1 + \frac{1}{k}\right) \quad (39)$$

$$k = \frac{\Pi^h}{\Pi^c} = \frac{\Lambda^h}{\Lambda^c} \quad (40)$$

Čas do rovnováhy θ je bezrozměrná veličina a podělením součtem $(\Pi^h + \Pi^c)$ a zaokrouhlením nahoru se získá počet cyklů potřebných pro získání rovnováhy. Pak již není problém dopočítat, kolik času tento počet cyklů zabere.

Hlavním faktem, který je nutno v této kapitole zmínit, je skutečnost, že výpočty uvedené v předchozích kapitolách platí jen a pouze tehdy, když bude dosaženo cyklické rovnováhy a té bude dosaženo, budou-li podmínky provozu celého zařízení dostatečně dlouhou dobu neměnné. Důsledkem toho je, že i samotný tepelný výpočet nebude zcela přesný pouze tehdy, pokud podmínky provozu nebudou neměnné.

To tudíž znamená, že se musí dávat pozor i na experimentálně získaná data a vzít v úvahu, do jaké míry byly proměnlivé například vstupní teploty a vstupní průtoky proudů. Jestliže tyto průtoky, teploty či jiné veličiny s časem kolísají v jistém rozmezí, pak regenerátor nemusí ideální cyklické rovnováhy nikdy dosáhnout a výstupní hodnoty se u vysokoteplotních aplikací mohou lišit vůči výpočtu až o 20 °C i více [13].

5 Výpočtové metody

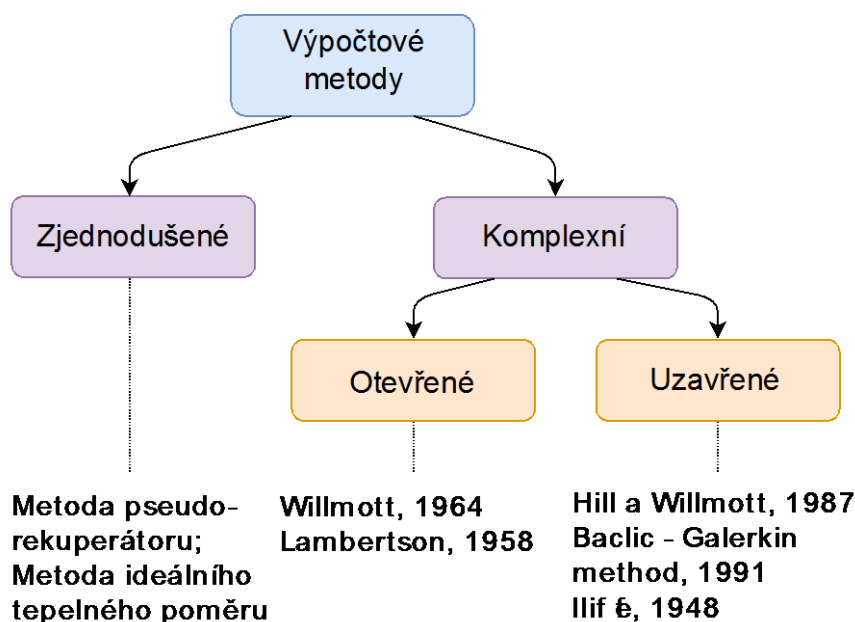
Na tomto místě stojí za ujasnění rozdílu mezi pojmem model a metoda. Modelem se myslí idealizace regenerátoru a jeho provozu, tedy soubor použitých předpokladů. Lineární, kvazilineární a nelineární modely regenerátoru jsou popsány v kapitole 4.3. Naproti tomu pojmem metoda se rozumí způsob, jakým se vyřeší diferenciální rovnice pro uvažovaný model regenerátoru. V této kapitole tedy následuje výčet různých metod a jejich uplatnění pro různé modely.

Všechny výpočtové algoritmy pro účely této práce byly vyhotoveny v programovacím jazyce Python ve verzi 2.7 [16] za pomoci uživatelského rozhraní Spyder [17]. Všechny zde vytvořené skripty jsou uvedeny na konci dokumentu v Seznamu příloh.

Python byl zvolen, jelikož se jedná o rozšířený programovací jazyk, který se často využívá pro vědecké účely. Mezi jeho hlavní výhody patří to, že se jedná o „open source“, tedy programovací jazyk volně šiřitelný, kde zkušení programátoři mohou přispívat k jeho chodu nebo si upravovat i jeho nejzákladnější vestavěné funkce dle svých potřeb. Pro běžné uživatele je hlavní výhodou jeho stručná a přehledná syntaxe (doporučovaná i pro úplné začátečníky v programování). Klíčovým prvkem při používání Pythonu jsou volně dostupné knihovny, což jsou balíčky funkcí pro určitou oblast. Pro účely této práce byla použita například knihovna matplotlib pro vykreslování grafů a knihovna NumPy pro práci s maticemi.

5.1 Rozdělení výpočtových metod

Podle způsobu, jakým výpočet probíhá, se výpočetní metody regenerátorů dají rozdělit do tří skupin. Jejich rozdělení je uvedeno na schématu obrázku 5-12 a blíže rozebráno níže.



Obr. 5-12 Rozdělení výpočtových metod

Zjednodušené metody⁶

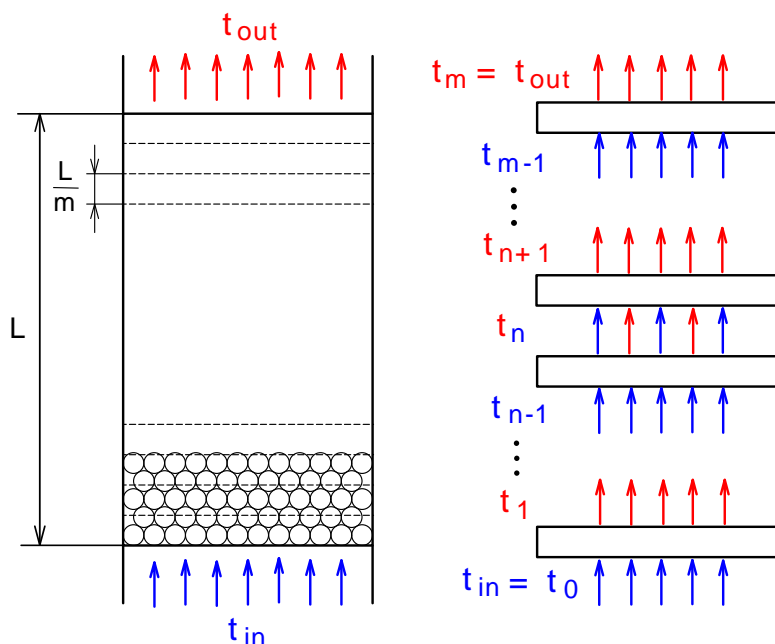
Jedná se o výpočtové metody, které nepotřebují výpočetní techniku a jsou především vhodné pro ruční výpočet. V současné době, kdy je výpočetní technika velmi výkonná, již nejsou tak důležité. Výsledky, které dávají, jsou pouze přibližné, jelikož vyžadují více zjednodušujících předpokladů než metody komplexní.

Komplexní metody

Jsou založené na numerickém řešení diferenciálních rovnic (8), (9) případně (14), (15). Využívají toho, že regenerátor rozdělí na m sekcí a teploty počítají na rozhraní těchto sekcí, viz obrázek 5-13. Podle přístupu k numerickému řešení se dělí na metody otevřené a metody uzavřené.

Otevřené metody

Otevřené metody pracují nejen s dělením délky regenerátoru na sekce, ale rozdělí i dobu trvání periody na několik dílčích částí. Pro tuto matici se určí libovolné výchozí rozložení teplot lože a pomocí různých numerických metod následně iterují horké a chladné cykly, dokud se nedosáhne ustáleného stavu. To je takový stav, kdy se již teploty v po sobě jdoucích cyklech přestávají měnit. Poté je možné znázornit průběh teplot v čase či po délce zařízení a dopočítat výstupní veličiny jako průměrné výstupní teploty a tepelné poměry η_{reg} .



Obr. 5-13 Dělení regenerátoru na dílčí sekce

Uzavřené metody

Naproti tomu uzavřené metody jsou schopné teplotní rozložení spočítat přímo, nepotřebují vycházet z původního stavu a konvergovat do rovnováhy, umí zjistit výsledek diferenciálních rovnic přímo. Stejně jako metody otevřené spočítají teploty v několika bodech po délce rege-

⁶ V angličtině *rapid methods*

nerátoru a některé metody i v libovolném okamžiku v průběhu cyklu. Protože nedochází k iteračním výpočtům, mohou tyto metody být rychlejší než metody otevřené. Nevýhodou však je jejich možná nestabilita pro některá zadání.

5.2 Metoda pseudorekuperátoru

Jedná se o zjednodušenou výpočtovou metodu, jejímž jádrem je úvaha, že se pro výpočet regenerátoru budou dát použít stejné vztahy jako pro výpočet rekuperátoru [13]. Jak již bylo zmíněno v kapitole 2, v rekuperátoru se teplota v libovolném bodě nemění s časem, zatímco v regenerátoru se teploty cyklicky mění. Aby se dosáhlo analogie k rekuperátoru, uvažuje se, jako by v každém bodě regenerátoru byla teplota obou proudů konstantní a proudy si mezi sebou vyměňovaly teplo stejně jako u běžného rekuperačního výměníku tepla.

Klíčovou roli v tomto výpočtu hraje koeficient přeměny tepla K , který v rovnici přenosu tepla nahrazuje součinitel prostupu tepla, který se používá při výpočtu rekuperátorů.

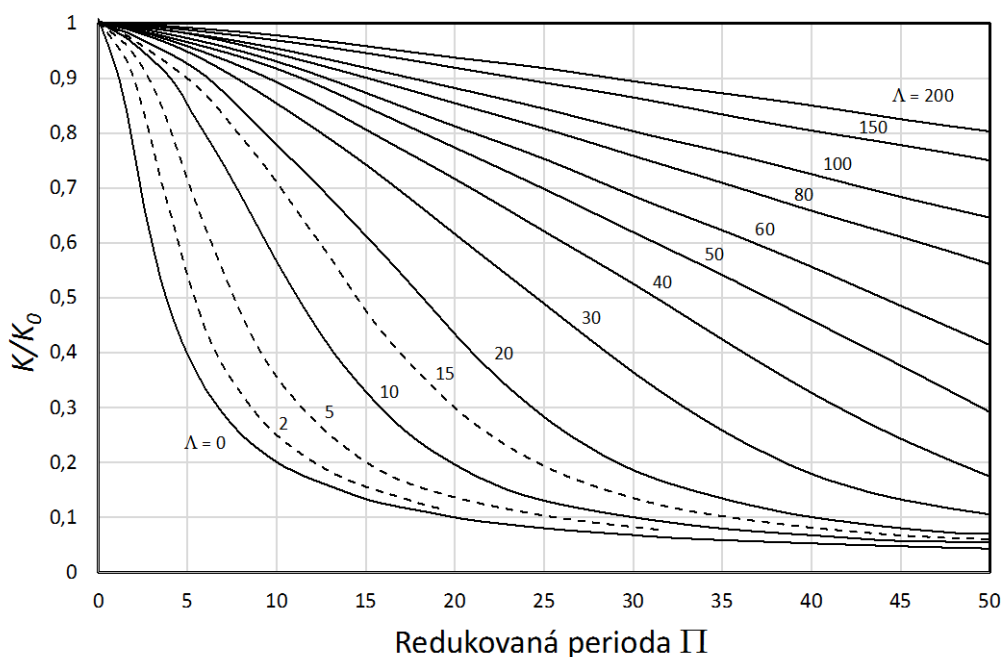
$$Q = KAdT_{ln}(P^h + P^c) \quad (41)$$

Zde je Q přenesené teplo a dT_{ln} je logaritmický teplotní rozdíl, tak jak se používá při výpočtech trubkových či deskových tepelných výměníků. Pro úplnost je uveden ve vztahu (42):

$$dT_{ln} = \frac{(t_{in}^h - t_{out}^c) - (t_{out}^h - t_{in}^c)}{\ln \left(\frac{t_{in}^h - t_{out}^c}{t_{out}^h - t_{in}^c} \right)} \quad (42)$$

Výše zmíněný koeficient přeměny tepla K se počítá vynásobením koeficientu K_0 korekčním faktorem K/K_0 , přičemž koeficient K_0 spojuje modifikované součinitele přestupu tepla $\bar{\alpha}$ pro horký a studený cyklus do jedné hodnoty podle vztahu:

$$\frac{1}{K_0} = \left(\frac{1}{\bar{\alpha}^h P^h} + \frac{1}{\bar{\alpha}^c P^c} \right) (P^h + P^c) \quad (43)$$



Obr. 5-14 Korekční faktor K/K_0 [13]

Koeficient přeměny tepla K se dá považovat za obdobu součinitele prostupu tepla U , který se používá u rekuperátorů. Korekční faktor K/K_0 do něj začleňuje nelineární chování způsobené například konstantní teplotou lože v místě vstupu média. Hausen vyjádřil tento opravný faktor pomocí následujícího grafu [13], který platí pro symetrické-rovnovážné regenerátory. Pro ostatní konstelace regeneračních výměníků je nutno dopočítat harmonickou redukovanou délku a periodu, viz vzorce (26) a (27).

V přiložených výpočetních skriptech se využívá právě tohoto grafu, jehož hodnoty byly vypsány ve formě matice a pomocí bilineární interpolace se hodnota korekčního faktoru dopočítává na základě Λ_H a Π_H .

Metoda pseudorekuperátoru je použitelná pro 2 různé problémy:

Zprvce pro dopočítání potřebné teplosměnné plochy A , je-li zadána žádaná výstupní teplota t_{out}^c . Výstupní teplota horkého média se poté přímo dopočítá z rovnice tepelné rovnováhy (44) a potřebná plocha A pro zajištění dostatečného výkonu pomocí vzorce (45):

$$\dot{M}^h C^h P^h (t_{in}^h - t_{out}^h) = \dot{M}^c C^c P^c (t_{out}^c - t_{in}^c) \quad (44)$$

$$A = \frac{\dot{M}^h C^h P^h (t_{in}^h - t_{out}^h)}{K d T_{ln} (P^h + P^c)} \quad (45)$$

Druhý problém, který lze pomocí této metody vyřešit, je dopočítání obou výstupních teplot při známém regeneračním výměníku, tj. při dané teplosměnné ploše. Výstupní teplota chladného proudu se vypočítá pomocí koeficientu f :

$$t_{out}^c = t_{in}^h - f(t_{in}^h - t_{in}^c) \quad (46)$$

$$f = \frac{1 - \beta}{1 - \beta \cdot e^{-\left[\frac{KA(P^h + P^c)}{\dot{M}^h C^h P^h} (1 - \beta) \right]}} \quad (47)$$

Kde β je poměr nerovnováhy, viz tabulka 4-1 a vzorec (24).

Za zmínku stojí, že v Heat Exchanger Design Handbook [13] je chyba ve vzorcích (14) a (15) na stránce 3.15.7-5, kde chybí člen $(P^h + P^c)$. Správný tvar je zde uvedený jako vzorec (47). V [13] je o dvě stránky později u výpočtu konkrétního příkladu tento vztah již použit správně včetně členu $(P^h + P^c)$, který tam musí být i z důvodu zachování bezrozměrnosti koeficientu f .

Metoda je použitelná pro lineární i kvazilineární model regeneračního výměníku tepla. Pro oba tyto modely byla naprogramována a je přiložena v souboru *PseudoRek.py*.

5.3 Otevřená metoda, Willmott, 1964

Tato metoda lze použít pro lineární i kvazilineární model regeneračního výměníku tepla [18], její modifikovaná verze však jde použít i pro model nelineární [7]. Zde následuje popis lineární varianty, postup nelineárního provedení je naznačen v kapitole 8.2.

5.3.1 Popis metody pro lineární model

Tato metoda řeší diferenciální rovnice numericky pomocí lichoběžníkové metody [18]. Regenerátor se rozdělí na m sekcí a teplota média i lože se počítá na rozhraní každé sekce. Šířka jedné této sekce je $\frac{L}{m}$, do výpočtu ovšem vstupuje její bezrozměrný ekvivalent $\Delta\xi$. Dále se

teploty určují na začátku a na konci periody a v několika rovnoměrně rozložených časových intervalech, jejichž bezrozměrný časový rozdíl je $\Delta\eta$.

$$\Delta\xi = \frac{\Lambda}{m} \quad (48)$$

$$\Delta\eta = \frac{\Pi}{p} \quad (49)$$

Přičemž p je počet časových úseků, na které se regenerátor při výpočtu rozdělí. Volba počtu dělení m i p záleží na uživateli a hodnocení jejich vlivu a vhodné volby následuje níže v textu.

Veličiny ξ a η nabývají různých hodnot v horké a v chladné periodě (pro obecný nesymetrický-nerovnovážný regenerátor), lišit se může i počet časových kroků p , ne však počet dělení regenerátoru m , ten musí být v obou částech cyklu stejný. Ve výpočtu jedné periody tudíž figurují 2 matice o shodném rozměru $(m+1; p+1)$, přičemž v jedné matici jsou uloženy teploty lože v pozicích $i = 0, 1, \dots, m$ a čase $j = 0, 1, \dots, p$ a v druhé matici je obdobně vyčísleno teplotní rozložení proudícího média.

Na začátku prvního cyklu (v čase $j = 0$) se teplota náplně lože stanoví na libovolnou výchozí hodnotu. V článku používá Willmott [18] hodnotu $\frac{t_{in}^h + t_{in}^c}{2}$, ale obecně lze použít libovolné teplotní rozložení.

U teplot média je známá počáteční podmínka, že vstupní teplota média je konstantní a o známé hodnotě (v bodě $i = 0$), případně je metoda funkční i když vstupní teplota není konstantní, ale je zadána známou funkcí, která se v každém cyklu opakuje.

Při výpočtu dále platí okrajová podmínka, že teplota lože na začátku horkého/chladného cyklu je rovna teplotě lože z konce předchozího chladného/horkého cyklu, viz rovnice (10) a (11).

Výpočet lze zahájit dopočtením zbylých teplot v bodech $i, 0$ a $0, j$, neboť okrajové a počáteční teploty jsou známy. K tomu se využijí rovnice (50) a (51), které umožňují výpočet teploty v jednom směru matice.

$$t_{f;i+1,j} = A_1 t_{f;i,j} + A_2 (t_{s;i+1,j} + t_{s;i,j}) \quad (50)$$

$$t_{s;i,j+1} = B_1 t_{s;i,j} + B_2 (t_{f;i,j+1} + t_{f;i,j}) \quad (51)$$

$$A_1 = \frac{2-\Delta\xi}{2+\Delta\xi}; \quad A_2 = \frac{\Delta\xi}{2+\Delta\xi}; \quad B_1 = \frac{2-\Delta\eta}{2+\Delta\eta}; \quad B_2 = \frac{\Delta\eta}{2+\Delta\eta} \quad (52)$$

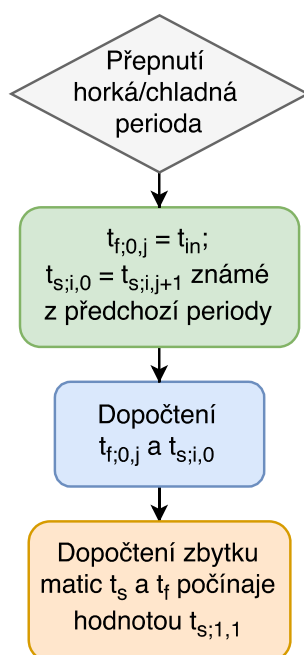
Koeficienty A a B jsou dané lichoběžníkovou metodou, která je zde použita k diskretizaci diferenciálních rovnic.

Pro výpočet teploty lože na obecné pozici $i+1, j+1$ je nutno znát teploty lože i média v pozici $i+1, j$ a $i, j+1$. Potom lze použít vzorec (53), kde koeficienty K_{1-4} jsou uvedeny pod odrážkou (54).

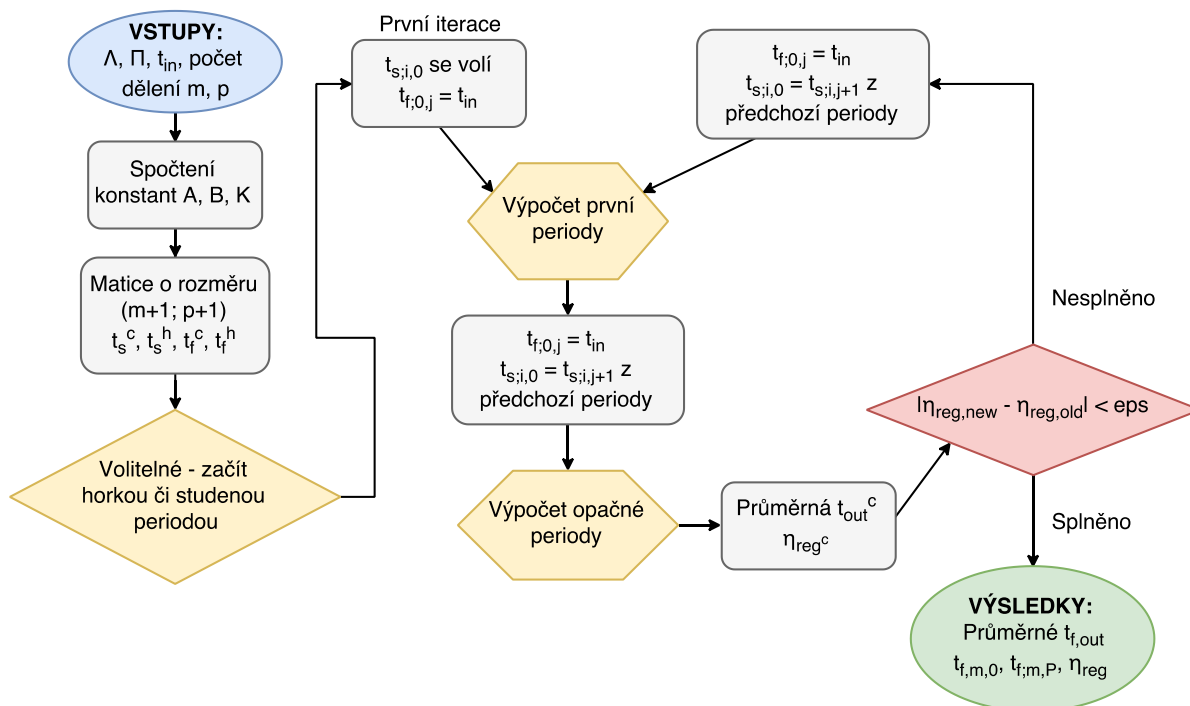
$$t_{s;i+1,j+1} = K_1 t_{s;i+1,j} + K_2 t_{f;i+1,j} + K_3 t_{s;i,j+1} + K_4 t_{f;i,j+1} \quad (53)$$

$$K_1 = \frac{B_1}{1-A_2 B_2}; \quad K_2 = \frac{B_2}{1-A_2 B_2}; \quad K_3 = \frac{A_2 B_2}{1-A_2 B_2}; \quad K_4 = \frac{A_1 B_2}{1-A_2 B_2} \quad (54)$$

Nyní již lze použít vzorec (50) pro dopočetění teploty média v daném místě a čase. Stejným způsobem se následně spočtou všechny hodnoty v matici, bod za bodem. Na obrázku 5-15 jsou výše popsané body pro výpočet teplotního rozložení jedné periody shrnuty schematicky.



Obr. 5-15 Postup výpočtu jedné periody



Obr. 5-16 Schéma výpočtu

Schéma celého výpočtu je na obrázku 5-16, kde je mimo jiné vidět, že je lhostejné, zda se začne výpočtem studené nebo horké periody, podmínkou je pouze to, že obě musí vždy proběhnout během jednoho kroku iterace.

Willmott ve svém článku [18] jako kritérium pro ukončení výpočtu používá hodnotu tepelného poměru η_{reg}^c . Jakmile je změna této hodnoty mezi po sobě jdoucími cykly dostatečně malá (menší než zvolená hodnota ϵ , viz obrázky 5-16), tak to znamená, že metoda úspěšně zkonvergovala a výpočet je ukončen. V článku [18] není uvedena konkrétní hodnota konvergenčního kritéria, byla proto pokusy zvolena hodnota $\epsilon = 2 \cdot 10^{-6}$.

Při sestavování výpočtového programu bylo zjištěno, že se v Heat Exchanger Design Handbook [13], kde je tato metoda také popsána, vyskytují dvě chyby. První je na stránce 3.15.7-13 u koeficientu K_4 , který má správně být:

$$K_4^h = \frac{A_1^h B_2^h}{X^h} \quad (55)$$

Další chyba je na stránce 3.15.7-14 u SUBROUTINE step, kde rozsah smyčky má být správně o jedna nižší: DO 50 i = 0,m-1 místo i = 0,m.

5.3.2 Ověření funkčnosti

Metoda je přiložena ve skriptu *WillmottOpen_Short.py* a její funkčnost lze ověřit porovnáním s příklady uvedenými ve Willmottově článku [18].

Příklad 1 – Porovnání výstupních teplot a vliv počtu dělení

Výstupní teplotou se myslí teplota média na výstupu regenerátoru v čase před přepnutím médií, tedy pro čas $t = P$.

Tabulka 5-2 porovnává výstupní teploty vypočtené vytvořeným programem s teplotami z Willmottova článku [18] pro následující zadání:

$$\begin{aligned} t_{in}^h &= 1\,000\,^{\circ}\text{C}; & t_{in}^c &= 0\,^{\circ}\text{C}; \\ \Lambda^h &= 6,0; & \Lambda^c &= 3,5; \\ \Pi^h &= 6,0; & \Pi^c &= 3,5. \end{aligned}$$

Počet dělení horké periody $p^h = 12$, počet dělení chladné periody $p^c = 12$.

Tabulka 5-2 Porovnání výstupních teplot a vliv počtu dělení

m	Willmott		Výpočtový program	
	t_{out}^h	t_{out}^c	t_{out}^h	t_{out}^c
4	698,37	342,11	698,35	342,22
6	-	-	695,28	344,09
8	694,29	344,64	694,22	344,73
12	-	-	693,46	345,18
16	693,29	345,25	693,20	345,34
20	-	-	693,08	345,42
31	693,04	345,40	692,95	345,49
50	-	-	692,90	345,53
100	-	-	692,87	345,54

Výsledky v tabulce 5-2 ukazují, že hodnoty získané výpočetním programem jsou shodné s hodnotami od Willmotta, maximální odchylka nepřesahuje desetinu stupně Celsia, což je zanedbatelný rozdíl.

Zde je zapotřebí podotknout, že v praxi nemá smysl dopočítávat teplotu na více než jedno desetinné místo, jelikož tak malé rozdíly nejsou v reálném provozu poznat a takové přesnosti se, vzhledem k aplikovaným zjednodušujícím předpokladům, nikdy nedosáhne. Výsledky uvedené nejenom u tohoto příkladu jsou vyčísleny na větší počet desetinných míst čistě pro porovnání odlišnosti výsledků.

V tabulce 5-2 je vidět i vliv počtu sekcí na přesnost výsledku. Za dostatečně přesný výsledek se považuje takový počet dělení, kdy rozdíl mezi výstupní teplotou pro počet dělení m a počet dělení $m+1$ je menší než zvolená hodnota, v našem případě $0,1\text{ }^{\circ}\text{C}$, viz (56). Toto kritérium musí platit zároveň jak pro horkou, tak pro chladnou periodu.

$$|t_{out,m+1} - t_{out,m}| < 0,1^{\circ}\text{C} \quad (56)$$

Pro toto zadání je podmínka (56) splněna pro počet sekcí $m = 12$. Klíčové přitom je, že hodnota korekčního faktoru K/K_0 je pro toto zadání nízká, $K/K_0 = 0,73$. Platí totiž, že čím nižší hodnota korekčního faktoru, tím vyšší počet dělení je zapotřebí pro dosažení dostatečné přesnosti. Pro K/K_0 blízký se 1 dostačuje ke splnění podmínky mnohdy dělení na 4 sekce.

Hodnota minimálního dělení však není v současné době rychlých počítačů příliš důležitá, jelikož výpočet není časově náročný a probíhá ve zlomcích sekund. Lze proto konstatovat, že bez újmy na čase lze rovnou nastavit vysoký počet dělení, čímž se dosáhne výsledných hodnot s přesností v řádech desetin stupně Celsia i pro zadání vyžadující mnoho dělení. U $m = 50$ a $p^h = p^c = 40$ již je jistota velmi přesného řešení, pro některá zadání ještě dochází ke změně výstupních teplot v řádu desetin stupňů Celsia i při dalším zvyšování počtu sekcí. Chce-li si uživatel být jistý výsledkem, lze zadat $m = 100$ a $p^h = p^c = 150$, čemuž odpovídá výpočet trvající zhruba 2 sekundy. Je možné vztáhnout počet časových dělení p k době trvání periody a nastavit takový počet dělení $p = P + 1$, pak bude jeden krok odpovídat jedné sekundě. Z výpočetního hlediska to však není nutné.

Zde byla objevena chyba ve Willmottově článku [18] – u tohoto příkladu (označeném jako Case 1) jsou prohozené kolonky horké a chladné periody. Jedná se totiž, z praktického úhlu pohledu, o špatně navržený regenerátor, kde tepelná kapacita lože je příliš malá vůči proudům, které jím protékají. Horký plyn se sice na začátku periody dostatečně ochlazuje, ale ke konci horké periody už regenerátor chladí nedostatečně a výstupní teplota horkého plynu se pohybuje kolem spočtených $693\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Příklad 2 – Porovnání účinností a korekčního faktoru

V tabulce 5-3 jsou porovnány výsledky pro symetrický regenerátor se stejnými vstupními teplotami jako v případě výše, se stejným počtem dělení p^h a p^c , přičemž $\Lambda^h = \Lambda^c = 10$ a $\Pi^h = \Pi^c$ se mění.

První hodnota, která se zde porovnává, je Hausenův korekční faktor K/K_0 . Ten se odečítá z grafu uvedeném na obrázku 5-14 bilineární interpolací, jelikož popis funkcí není k dispozici. S výpočtem této hodnoty je proto spojena nezbytná chyba, která se zde pohybuje v rozmezí 2 až 4 procent. Naštěstí faktor K/K_0 neovlivňuje výsledky této výpočetní metody, slouží pouze jako informativní hodnota vypovídající o charakteru daného regenerátoru.

Tabulka 5-3 Porovnání tepelných poměrů

$\Pi^h = \Pi^c$	Willmott		Výpočtový program		
	K/K_0	η_{reg}	K/K_0	η_{reg}^h	η_{reg}^c
2	0,970	0,8290	0,960	0,8289	0,8290
3,8	0,903	0,8186	0,890	0,8183	0,8183
5	0,845	0,8087	0,835	0,8081	0,8078
6	0,794	0,7987	0,778	0,7977	0,7971
7	0,738	0,7867	0,721	0,7854	0,7844
7,8	0,692	0,7757	0,675	0,7740	0,7728
8,7	0,639	0,7617	0,624	0,7596	0,7581
9,4	0,598	0,7495	0,584	0,7472	0,7454

U symetrického regenerátoru by mělo platit, že $\eta_{reg}^h = \eta_{reg}^c$. Jak ukazuje tabulka 5-3, není tomu úplně tak, jistý malý rozdíl mezi těmito hodnotami je i pro vysoký počet dělení regenerátoru m . Otázkou tedy je, jak Willmott [18] došel k jedné hodnotě, zda ji bral jako aritmetický průměr hodnoty pro chladnou a pro horkou periodu či zda mu obě hodnoty opravdu vyšly shodné.

Jednou z příčin výše popsaného rozdílu mezi hodnotami η_{reg} může být rozdílný způsob určení průměrné výstupní teploty \tilde{t}_{out} . Obecně platí, že časově průměrná teplota je dána integrálem:

$$\tilde{t}_{out} = \frac{1}{\Pi} \int_0^{\Pi} t_{out}(\eta) d\eta \quad (57)$$

Ten lze vyčíslit pomocí Gregoryho vzorce:

$$\tilde{t}_{out} = \frac{1}{p} \left[\frac{1}{2} t_{m,0} + \sum_{s=1}^{p-1} t_{m,s} + \frac{1}{2} t_{m,p} - \frac{1}{12} (\nabla t_{m,p} - \Delta t_{m,0}) - \frac{1}{24} (\nabla^2 t_{m,0} + \Delta^2 t_{m,0}) \right] \quad (58)$$

Ve vztahu (58) je Δ dopředná a ∇ zpětná difference.

Tabulka 5-4 Různé přesnosti aproximace průměrné výstupní teploty

Vzorec	Počet časových kroků $p^h = p^c$	\tilde{t}_{out}^h	\tilde{t}_{out}^c
(58)	12	619,99	381,19
(58) bez posledního členu	12	620,01	381,17
(58) bez posledních dvou členů	12	619,46	381,72
(58)	120	618,14	381,99
(58) bez posledního členu	120	618,14	381,99
(58) bez posledních dvou členů	120	618,13	381,99

U Gregoryho vzorce existují i další členy řady, čímž se dosáhne dalšího zpřesnění výsledku, přičemž zde byl použit tvar uvedený ve vztahu (58), zatímco Willmott [18] použil pro výpočet ještě i člen se třetími mocninami diferencí. Tabulka 5-4 ukazuje získané časově průměrné výstupní teploty v závislosti na použitém vzorci pro zadání z tabulky 5-2 s počtem sekcí 16.

Jak je z tabulky 5-4 patrné, rozdíl v použité aproximaci není tak důležitý, jako použitý počet časových kroků. Výstupní teplota je časově proměnná křivka, a čím více bodů v čase se vyčíslí, tím je možný přesnější odhad jejího tvaru, a potažmo spočtení přesné střední hodnoty. Dále z tabulky výše vyplývá, že pro základní odhad postačuje provést sumaci výstupních hodnot. Dostačuje použít vzorec (58) bez posledních dvou opravných členů, obzvláště pro dostatečně velký počet časových kroků. Posledním závěrem z výpočtu provedeného výše je, že i hodnoty tepelných poměrů jsou si bližší pro velký počet kroků p . Pro $p = 12$ vyšlo $\eta_{reg}^h = 0,6188$, zatímco $\eta_{reg}^c = 0,6200$. Pro počet dělení $p = 120$ si jsou hodnoty výrazně bližší, $\eta_{reg}^h = 0,6180$ a $\eta_{reg}^c = 0,6181$.

5.4 Uzavřená metoda, Hill a Willmott, 1987

Jedná se o uzavřenou metodu, která vychází z diskretizace rovnice (14) pomocí lichoběžníkové metody [19][20]. Hlavní výhodou oproti jiným uzavřeným metodám ([14] a [21]) je možnost dopočítat teplotu média i lože v libovolném časovém okamžiku. Zde následuje popis metody pro lineární model regeneračního výměníku tepla, výpočet však lze upravit jak pro kvazilineární, tak pro nelineární výpočet [22]. Nelineární výpočet je zmíněn i v kapitole 8.2.

Regenerátor se rozdělí na m sekcí, teplota se tedy určuje v $m+1$ bodech po délce zařízení. Tato metoda umožňuje, stejně jako Willmottova otevřená metoda v předchozí kapitole, výpočet i pro proměnnou vstupní teplotu, nicméně níže je ukázán postup výpočtu výstupních teplot pro konstantní vstupní teploty v obou částech cyklu.

Teploty lože a média v obecném bodě $n \cdot \Delta\xi$ a libovolném čase η (kde $0 \leq \eta \leq \Gamma$) se spočtou pro horkou a chladnou periodu pomocí následujících vzorců:

$$t_{s;n}^h = e^{-\eta^h} (-1)^n A_0^h + e^{[(a^h-1)\eta^h]} \cdot \left\{ A_n^h + \sum_{j=1}^{n-1} A_j^h \psi_{n-j}^h \right\} + t_{in}^h \quad (59)$$

$$t_{s;n}^c = e^{-\eta^c} (-1)^n A_0^c + e^{[(a^c-1)\eta^c]} \cdot \left\{ A_n^c + \sum_{j=1}^{n-1} A_j^c \psi_{n-j}^c \right\} + t_{in}^c$$

$$t_{f;n}^h = a^h e^{[(a^h-1)\eta^h]} \cdot \left\{ A_n^h + \sum_{j=1}^{n-1} A_j^h [\psi_{n-j}^h + (1+b^h)\chi_{n-j}^h] \right\} + t_{in}^h \quad (60)$$

$$t_{f;n}^c = a^c e^{[(a^c-1)\eta^c]} \cdot \left\{ A_n^c + \sum_{j=1}^{n-1} A_j^c [\psi_{n-j}^c + (1+b^c)\chi_{n-j}^c] \right\} + t_{in}^c$$

kde konstanty a , b jsou uvedeny níže, odpovídají však konstantám lichoběžníkové metody A_2 a A_1 ze vzorce (52):

$$a = \frac{\Delta\xi}{2+\Delta\xi}; \quad b = \frac{2-\Delta\xi}{2+\Delta\xi} \quad (61)$$

Dále v rovnicích vystupují konstanty ψ a χ^7 , které se dopočítají pomocí vztahů:

$$\psi_i = b^i \sum_{k=1}^i \binom{i-1}{k-1} \left[\frac{a(1+b)\eta}{b} \right]^k \frac{1}{k!}, \quad \chi_i = b^{i-1} \sum_{k=0}^{i-1} \binom{i-1}{k} \left[\frac{a(1+b)\eta}{b} \right]^k \frac{1}{k!} \quad (62)$$

Hlavním krokem výpočtu je dopočtení $2 \cdot (m+1)$ integračních konstant A_n – pro každou periodu jich je $m+1$, celkem je tedy zapotřebí vyřešit soustavu $2m+2$ rovnic o $2m+2$ neznámých. Výjimkou jsou regenerátory symetrické-rovnovážné, kde platí $A_j^h + A_j^c = 0$ a tudíž stačí vyřešit soustavu o rozměru $m+1$. Tato soustava lineárních rovnic se získá dosazením vztahů (59) pro teploty lože do okrajových podmínek (10) a (11). Se znalostí těchto integračních konstant již je možné dopočítat rozložení teplot po délce regenerátoru pro libovolný čas η .

Tato uzavřená metoda (v provedení z článku [19]) je rychlejší než Willmottova otevřená metoda pouze pro malý počet dělení m a p , kde rychlost není důležitá (jelikož se jedná o desetiny vteřin). Pro počet dělení $m = 50$ a $p = 150$ ovšem výpočet trval přibližně půl minuty, zatímco u otevřené metody to byly 2 až 3 vteřiny. Metodu lze upravit [20], aby řešení soustavy rovnic bylo rychlejší, ovšem řešení soustavy není to, co u vytvořeného skriptu výpočet dělá pomalým. Problémem je, že pro vypočtení hodnot v každém čase η je zapotřebí znovu vyčíslit konstanty ψ a χ , ve kterých je přítomna suma s kombinačními čísly a faktoriály. I ve vzorci výpočtu teplot v jednotlivých sekcích je přítomna suma, což bere další výpočetní čas.

Tato metoda je přiložena ve skriptu *Hill_Willmott_Closed.py*, přičemž pro řešení soustavy lineárních rovnic byla použita funkce *numpy.linalg.solve()*.

⁷ V původním článku [19] značené α a β

6 Vytvořený výpočtový model

Jádrem vytvořeného modelu je Willmottova otevřená metoda, popsaná v kapitole 5.3. Tato metoda vypočte teploty média i plynu na základě následujících vstupních veličin:

- redukované délky a redukované periody obou částí cyklu,
- vstupní teploty pro horkou i chladnou periodu.

Dále je zapotřebí zadat:

- počet dělení regenerátoru po jeho délce,
- počet časových kroků během periody zvlášť pro horkou a zvlášť pro chladnou periodu.

Výstupem základního výpočtového modelu jsou 4 matice s průběhy teplot – pro horký proud, pro chladný proud, pro lože během horké periody a teploty lože během chladné periody. Z těchto matic je možné dopočítat:

- výstupní teplota média na konci každé periody,
- časově průměrné výstupní teploty média pro obě periody,
- tepelné poměry η_{reg} obou period.

Při návrhu reálného regeneračního výměníku nejsou redukované veličiny známy a je zapotřebí je nejprve dopočítat. U nelineárních výpočtů tyto hodnoty dokonce ani nejsou po celou dobu výpočtu konstantní. Výpočtový model je tudíž nutno rozšířit a popis použitých rozšíření je uveden v následujících podkapitolách.

6.1 Rozšíření výpočtového modelu

Prvním bodem u rozšířeného modelu musí být **komplexní zadání**, které bude obsahovat všechny požadované vstupní veličiny, ze kterých se redukované veličiny dopočtou.

Některé ze vstupních veličin jsou závislé na teplotě (viz kapitola 4.3), a tudíž je zapotřebí je zadat pomocí tabulky vyjadřující tento vliv. Ideální je znát tyto závislosti pro obě média i pro materiál lože. V této práci byly pro oba proudy použity vlastnosti z tabulek pro vzduch o normálním tlaku a pro materiál lože byly použity konstanty, jelikož nebyly nalezeny tabelované hodnoty od výrobců náplní.

Pro určení hodnot teplotně závislých veličin médií se používá lineární interpolace z dat získaných z tabulek pro vzduch. V reálném provozu bývá chladným médiem nejčastěji právě vzduch a médiem v horké periodě nejčastěji spaliny, které mají různé složení pro různé procesy. Chyba spojená s nahrazením vlastností spalin vlastnostmi vzduchu je však ve většině případů spíše zanedbatelná, stejně jako je zanedbatelná chyba spojená s proměnlivostí tlaku. V regenerátorech bývá většinou lehký podtlak, jelikož běžný přístup je ten, že se vzduch prohání zařízením pomocí spalínového ventilátoru umístěného na konci procesu, čímž vzniká v celé sestavě podtlak.

Proměnná hodnota je zavedená u následujících veličin:

- hustota,
- viskozita,
- měrná tepelná kapacita,
- součinitel tepelné vodivosti.

Další kategorií vstupů jsou provozní parametry:

- vstupní teploty,
- doby period,
- průtoky médií.

V neposlední řadě je zapotřebí definovat charakteristiky regenerátoru:

- typ náplně a rozměry částic lože – v této práci jsou náplní vždy koule,
- průřez a výška regenerátoru,
- mezerovitost,
- hustota,
- součinitel tepelné vodivosti.

A další veličiny potřebné k dopočítání:

- teplosměnné plochy,
- celkové hmotnosti materiálu lože.

Naprogramovaný skript obsahuje několik proměnných, které zapínají či mění některé funkce výpočtu. Jedna z těchto veličin přepíná mezi manuálním zadáním fyzikálních vlastností média, které již pak po celou dobu výpočtu zůstanou konstantní, a mezi jejich rychlým odečtem z tabulek.

Dalším takovýmto spínačem se do výpočtu buď zahrne, nebo nezahrne modifikovaný součinitel přestupu tepla $\bar{\alpha}$.

Speciální položkou jsou **součinitele přestupu tepla α** , jejichž výpočet je popsán v kapitole 6.2. Pro jejich výpočet je nutné znát Reynoldsovo číslo (63), které na termofyzikálních vlastnostech proudícího plynu, hydraulickém průměru a na rychlosti proudění média v , která se pro proudění ložem získá pomocí vzorce (64).

$$Re = \frac{d_h \rho v}{\mu} \quad (63)$$

$$v = \frac{\dot{M} \rho}{S_{fr} \varepsilon} \quad (64)$$

Jakmile je zadání kompletní, tak se spočtou redukované veličiny Λ a Π pro obě části cyklu a může se spustit výpočet základní metody. Vzhledem k výpočetní nenáročnosti, jak již bylo zmíněno dříve, lze napevno zadat počet sekcí $m = 100$ a počet časových dělení $p^c = p^h = 150$. Dalším zvyšováním dělení už nelze dosáhnout větší přesnosti.

Dalším rozšířením je možnost **kvazilineárního výpočtu**, který je ve vytvořené funkci možné dle potřeby zapnout či vypnout. Základní model totiž neuvažuje změnu termofyzikálních vlastností s teplotou, viz kapitola 4.3.

Kvazilineární výpočet probíhá tak, že po každém kroku iterace se pro oba proudy znovu vyjádří hodnota c_p , ρ , μ a λ pro novou referenční teplotu danou vzorcem (30). Na základě této změny se pak znovu dopočtou redukované veličiny Λ a Π a další iterační krok proběhne s těmito změněnými hodnotami Λ a Π .

Posledním důležitým rozšířením je **výpočet tlakové ztráty**, kterému se podrobně věnuje kapitola 6.3.

Drobnou funkcí na závěr je možnost uložit výpis výsledků do textového souboru ve formátu .txt. Jedna ukázka tohoto výpisu je mezi přílohami této práce, viz Seznam příloh.

6.2 Výpočet součinitele přestupu tepla

Pro správný tepelný výpočet regeneračního výměníku tepla je nutné disponovat vhodnými výpočtovými vztahy pro určení Nusseltova čísla pro daný typ lože. Obecně totiž platí, že součinitel přestupu tepla se dopočítává pomocí Nusseltova čísla (65), které je obecně funkcí čísla Reynoldsova (63) a Prandtlova (66):

$$Nu = \frac{\alpha d_p}{\lambda_f} = f(Re, Pr) \quad (65)$$

$$Pr = \frac{C_f \mu_f}{\lambda_f} \quad (66)$$

Tato závislost $f(Re, Pr)$ se liší pro různá uspořádání a určuje se experimentem. V literatuře jsou k nalezení vztahy pro výpočet součinitele přestupu tepla při obtékání plochy, pro proudění trubkou či obtékání trubky i svazku trubek. U regeneračních výměníků tepla médium proudí náplní z tvarovaných tělísek a pro každý typ lože bude platit jiný vztah.

6.2.1 Přestup tepla pro kulové částice

V této kapitole následuje rešerše vztahů pro lože kulových částic. Pro vyjádření experimentálně získané závislosti přestupu tepla v loži se v literatuře občas také používá Coulburnův j -faktor vynásobený mezerovitostí, značený nejčastěji εJ_h . Z něj se získá Nusseltovo číslo následujícím přenásobením:

$$Nu = J_h \cdot Re Pr^{1/3} \quad (67)$$

Většinou je ale zadáný vztah $\varepsilon J_h = f(Re)$ a pak se vztah (67) musí přeformulovat do tvaru (68). Případně lze vyjádřit přímou závislost korelace εJ_h na součiniteli přestupu tepla α , viz (69) [15].

$$Nu = \frac{\varepsilon J_h Re Pr^{1/3}}{\varepsilon} \quad (68)$$

$$\varepsilon J_h = \varepsilon \frac{\alpha}{G C_f} Pr^{2/3} \quad (69)$$

G ve vztahu (69) je měrný hmotnostní průtok [$\text{kg/m}^2\text{s}$] a určí se ze vztahu:

$$G = \rho v \quad (70)$$

Park [23] uvádí vztah (71), který je v daném článku použit v rozsahu $100 < Re < 600$. Vzorec však pochází ze starší literatury [24] (citováno z [23]) a teoreticky může být platný ve větším rozsahu.

$$Nu = 0,58 \cdot Re^{0,7} Pr^{0,3} \quad (71)$$

Sadrameli [25] uvádí různé hodnoty pro různá uspořádání regenerátoru. Z jeho měření vyplývá, že vztahy pro výpočet součinitele přestupu tepla jsou různé pro všechny 4 kombinace regenerátorů (symetrický-rovnovážný, symetrický-nerovnovážný, nesymetrický-rovnovážný a nesymetrický-nerovnovážný). Pro symetrický-rovnovážný regenerační výměník se jedná o vztah (72), který platí v rozmezí modifikovaných Reynoldsových čísel $400 < Re_s < 1\,200$.

Sadrameliho vztahy pro Nusseltovo číslo a modifikované Reynoldsovo číslo Re_S jsou uvedeny níže.

$$Nu = 0,1415 \cdot Re_S^{0,7541} Pr^{1/3} \quad (72)$$

$$Re_S = \frac{2Gd}{3\mu(1-\varepsilon)} = \frac{2}{3(1-\varepsilon)} Re \quad (73)$$

Geb [26] uvádí vztah použitelný i pro nekulové částice, jelikož počítá hydraulický průměr podle vztahu (74), kde a_r je relativní specifický povrch. Tuto hodnotu pak dosazuje nejen do výpočtu Reynoldsova čísla (63) místo průměru částice d , ale i do výpočtu součinitele přestupu tepla z Nusseltova čísla (65).

Zde je proto zapotřebí uvést celý vztah pro výpočet součinitele přestupu tepla, jelikož samotné Nusseltovo číslo by bylo zavádějící. Vztah (75) je platný v rozsahu $20 < Re_G < 500$, což pro kulové částice s $a_r = \frac{6}{d}$ dává rozsah přibližně $80 < Re < 2\,000$, v závislosti na mezerovitosti.

$$d_h = \frac{4\varepsilon}{a_r} \quad (74)$$

$$\alpha = \frac{\lambda}{d_h} 0,057 \cdot Re_G^{0,96} Pr^{1/3} \quad (75)$$

Gao [27] provedl CFD (*Computational Fluid Dynamics* = Numerický výpočet proudění tekutin) simulaci, kde porovnával dvě různá uspořádání koulí v loži. Uspořádání s nižší mezerovitostí, které dává vyšší hodnotu Nusseltova čísla, je uvedeno pod vzorcem (76) a platí pro rozsah Reynoldsových čísel $10 < Re < 20\,000$.

$$Nu = 2,15 \cdot Re^{0,5} Pr^{0,15} \left(1 - \frac{2500}{Re + 3000} \right) \quad (76)$$

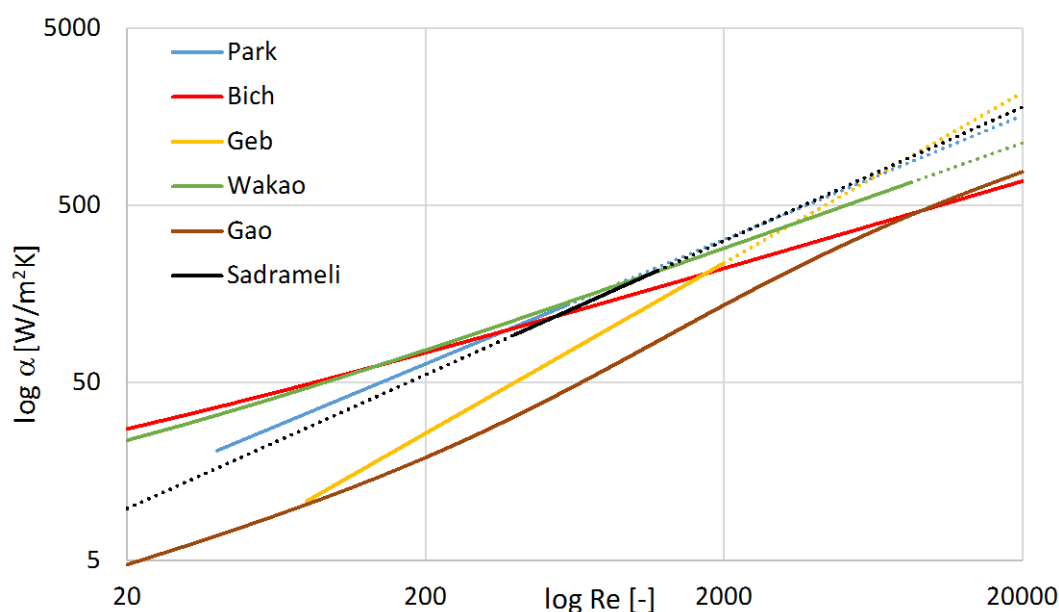
Dalším vztahem pro výpočet Nusseltova čísla je i vztah (77), který byl použit v čínské diplomové práci [28]. Zde však bohužel není úplně patrné, odkud tento vztah pochází, ani pro jaký rozsah Reynoldsových čísel platí.

$$Nu = 2 + 1,8 \cdot Re^{0,5} Pr^{1/3} \quad (77)$$

Wakao [30] uvádí podobný vztah (78), který byl získán proložením souhrnné křivky pro několik starších vzorců, které měly platnost jen pro omezený interval Reynoldsových čísel. Wakaův vztah platí pro $15 < Re < 8\,500$.

$$Nu = 2 + 1,1 \cdot Re^{0,6} Pr^{1/3} \quad (78)$$

Všech 6 výše uvedených vztahů je vykresleno v závislosti na Reynoldsově číslu v grafu na obrázku 6-17 (pro $Pr = 0,7$, $\varepsilon = 0,4$, $\lambda = 0,03$ W/mK, $d = 0,01$ m). Vztahy jsou vykresleny pro celou škálu Reynoldsových čísel s tím, že křivky mimo svou oblast platnosti jsou provedeny tečkovaně. Vzhledem ke Gebovu rozdílnému přístupu k výpočtu hydraulického průměru není možné vykreslit závislost Nusseltova čísla na Re , ale je nutné dopočítat přímo součinitele přestupu tepla α .



Obr. 6-17 Porovnání vztahů pro výpočet α

Zajímavým zjištěním z průběhů na obrázku 6-17 je, že Gebův a Gaův vztah dávají výrazně nižší hodnoty, než zbylé 4 vztahy, jejichž hodnoty si řádově odpovídají (ve svých oblastech platnosti). U Gebova vztahu (75) je tento rozdíl méně výrazný, obzvláště pro vyšší hodnoty Re již dává srovnatelné výsledky s ostatními rovnicemi. U tohoto vztahu navíc hraje výraznou roli zvolená mezerovitost a průměr částice. Je možné, že pro jinou konfiguraci těchto vstupů budou výsledné hodnoty jiné. Jako klíčové se jeví, že poměr základního Reynoldsova čísla k číslu modifikovanému je dán poměrem průměru částice a hydraulického průměru ze vztahu (74), což je vyjádřeno rovnicí (79).

$$\frac{Re}{Re_G} = \frac{d}{d_h} = \frac{3}{2\varepsilon} \quad (79)$$

Gaův vztah (77) nebyl zjišťován experimentem, ale pouze CFD simulací. Ta byla provedena pro velmi široký rozsah Reynoldsových čísel, ovšem vzhledem k porovnání výsledků s ostatními autory by se dalo usuzovat, že některý předpoklad simulace nebyl v pořádku. Bylo by proto vhodné Gaův vztah blíže přezkoušet.

Do výpočetního programu byly zvoleny dva vztahy. Jako vztah ze skupiny dávající vyšší hodnoty byl zvolen vztah (76) používaný Bichem. Hlavním důvodem je, že v kapitole 7 následuje porovnání výsledků s diplomovou prací, ve které byl použit. Problémem je, že pro něj není známý rozsah platnosti. Soudě podle průběhu křivky na obrázku 6-17 však nejspíš pro vysoká Re platný nebude – pro vyšší hodnoty Re se začíná značně odchylovat od ostatních vztahů. Pro vyšší Reynoldsova čísla je platný pouze Wakaův vztah (do $Re = 8\,500$) a jedinou alternativou oproti vztahu (76) by bylo právě použití Wakaova vztahu (78).

Pro porovnání byl do programu vložen i Gaův vztah (77), který platí pro celou škálu Reynoldsových čísel. Byl zvolen mimo jiné i proto, že na výsledcích výpočtu poté bude možné pozorovat, jaký bude vliv tohoto vyčnívajícího vztahu na výkon zařízení při porovnání s druhým zkoumaným vztahem.

6.2.2 Nekulové částice

Pro některé typy nekulových částic zmiňuje Sadrameli v článku [15] koeficienty, které byly zjištěny v rámci jeho dizertační práce, a které mají obecný tvar:

$$J_h = c_1 Re_s^{c_2} \quad (80)$$

Pro součinitel přestupu tepla u keramických loží je v článku [29] uveden vztah (81), zatímco v Heat Exchanger Design Handbook [13] je k nalezení starší vztah (82), aniž by u nich bylo uvedeno, zda je jejich platnost omezena jen pro určité rychlosti, respektive Reynoldsova čísla.

$$\alpha_c^h = 0,263 \sqrt{\frac{v^h \tilde{T}_f^h}{d_h}} \quad (81)$$

$$\alpha_c^h = 0,687 \frac{(\tilde{T}_f^h)^{0,25} (v^h)^{0,8}}{d_h^{0,33}} \quad (82)$$

6.3 Výpočet tlakové ztráty

Každé reálné procesní zařízení, kterým prochází médium, způsobuje v proudu média jistou tlakovou ztrátu – proudící látka totiž musí měnit svůj směr, zvyšovat/snižovat rychlost a obecně překonávat odpor způsobený nuceným průchodem přes dané zařízení.

6.3.1 Tlaková ztráta pro kulové částice

Nejnámějším a nejpoužívanějším vztahem pro výpočet tlakové ztráty pro lože kulových částic je Ergunova rovnice, která byla publikována roku 1952 [32] (citováno z [31]):

$$\frac{\Delta p}{L} = 1,75 \left[\frac{(1 - \varepsilon) \rho v^2}{\varepsilon^3 d} \right] + 150 \frac{(1 - \varepsilon)^2 \mu v}{\varepsilon^3 d^2} \quad (83)$$

kde $\frac{\Delta p}{L}$ – gradient tlakové ztráty, [Pa/m]

ε – mezerovitost lože, [-]

v – rychlost média proudícího ložem, [m/s]

d – průměr částice náplně lože, [m]

μ – dynamická viskozita média, [Pa·s].

Vzorec se též dá různě upravit, například do tvaru:

$$\frac{\Delta p}{L} = \frac{\dot{M}}{S_{fr} \rho d} \frac{(1 - \varepsilon)}{\varepsilon^3} \left(1,75 \frac{\dot{M}}{S} + 150 \frac{1 - \varepsilon}{d} \mu \right) \quad (84)$$

Kde S_{fr} je průřez regenerátoru ve směru kolmém k proudění média.

Tento vztah vychází z úvahy, že celková ztráta energie je součtem ztráty kinetické energie a ztráty viskózní energie. Proto má rovnice (83) právě 2 členy, přičemž první člen s koeficientem 1,75 odpovídá energii kinetické a druhý člen odpovídá energii viskózní.

Výstupem je gradient tlakové ztráty, z něhož posléze lze dopočítat tlakovou ztrátu Δp . Případně se též používá ztrátová výška H , kterou lze vyjádřit po dosazení vztahu pro hydrostatický tlak, $\Delta p = H \rho g$.

Druhý nejpoužívanější vztah je Carmanova rovnice, která byla uveřejněna již v roce 1937.

$$\frac{\Delta p}{L} = 2,871 \left[\frac{(1 - \varepsilon)^{1,1}}{\varepsilon^3} \frac{\rho^{0,9} \mu^{0,1}}{d^{1,1}} v^{1,9} \right] + 180 \frac{(1 - \varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \frac{\mu v}{d^2} \quad (85)$$

Oba tyto vztahy již jsou staršího data a v novější literatuře byly mnohokrát ověřovány a zpochybňovány a to především jejich číselné koeficienty u obou členů, případně mocnina nad rychlostí u Carmanova vztahu. Tyto nové vědecké práce si však často téměř protirečí a je tudíž zapotřebí různé metody shrnout pomocí jednotného značení a teoretické výsledky porovnat s pokusem, tak jak to například provedli turečtí vědci [31], kteří pro lože z kulových částic porovnali 38 různých vztahů (včetně dvou výše uvedených) s 813 hodnotami naměřené tlakové ztráty na zkušebním zařízení pro různé vstupní parametry.

Ve výše zmíněném článku [31] vztahy porovnávají pomocí modifikovaného koeficientu tření částice f_p , ze kterého se gradient tlakové ztráty získá následujícím způsobem:

$$\frac{\Delta p}{L} = f_p \frac{\rho v^2}{d} \quad (86)$$

Dále se zde objevují koeficienty tření f_v a f_k , jejichž přepočet na f_p je následující:

$$f_p = f_v \frac{(1 - \varepsilon)^2}{\varepsilon^3 Re} \quad (87)$$

$$f_p = f_k \frac{(1 - \varepsilon)}{\varepsilon^3} \quad (88)$$

Kde Re je Reynoldsovo číslo, které je dáno klasickým vztahem (63), přičemž při výpočtech regenerátorů se často vyskytují modifikovaná Reynoldsova čísla Re_m (89) a Re_1 (90).

$$Re_m = \frac{Re}{1 - \varepsilon} \quad (89)$$

$$Re_1 = \frac{Re}{6(1 - \varepsilon)} \quad (90)$$

Klíčovým bodem analýzy různých vztahů pro výpočet tlakové ztráty je rozvaha, funkcí čeho modifikovaný koeficient tření f_p je a pro jaký rozsah hodnot těchto veličin vztah platí. Po dosazení vztahu (86) do Ergunovy (83) a Carmanovy (84) rovnice se získají postupně vztahy (91) a (92).

$$f_p = \left(150 + 1,75 \frac{Re}{1 - \varepsilon} \right) \frac{(1 - \varepsilon)^2}{\varepsilon^3 Re} \quad (91)$$

$$f_p = \left(180 + 2,871 \left(\frac{Re}{1 - \varepsilon} \right)^{0,9} \right) \frac{(1 - \varepsilon)^2}{\varepsilon^3 Re} \quad (92)$$

Zde je patrné, že f_p je pouze funkcí Reynoldsova čísla Re a mezerovitosti ε . Stejně tak je zde možno vidět, že v oblasti viskózní energie se tyto dva vztahy liší jenom v koeficientu (150 vs. 180), zatímco u kinetické energie je navíc rozdíl v mocnině Reynoldsova čísla.

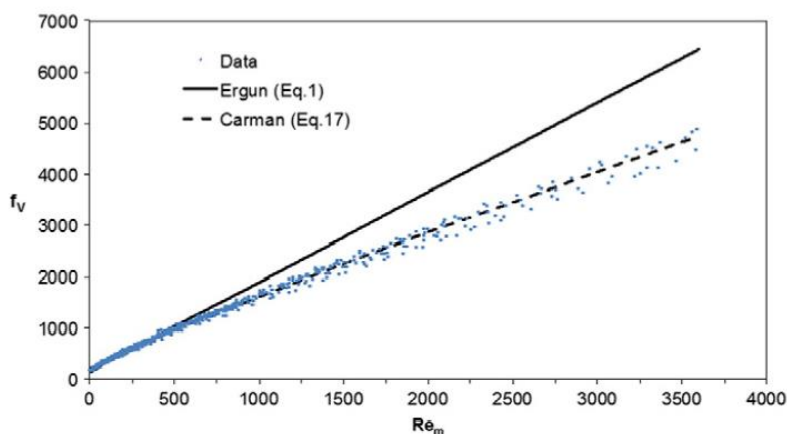
Dalším bodem však je oblast platnosti těchto vztahů. U mezerovitosti kulových loží rozsah platnosti není klíčový, jelikož pro kulové částice spadá rozsah ε přibližně do intervalu $\langle 0,35; 0,50 \rangle$.

Co je ale zapotřebí u každého vztahu a u každého pokusu měřícího tlakovou ztrátu regenerátorů vzít v potaz, je rozsah Reynoldsových čísel, pro která vztah platí či pro která byl odvozen. Esra Erdim a kolektiv ve své práci o ložích kulových částic [31] došli k závěrům shrnutým v následujících odstavcích.

Ergunova rovnice dává přesné výsledky pro $Re_m < 300$ a dostatečně přesné výsledky pro $Re_m < 500$, je však zcela nevhodná pro použití s $Re_m > 1000$. Jak ukazuje obrázek 6-18 – závislost f_v na Re_m je podle Erguna lineární, ale naměřená data tomu neodpovídají. Ve vícero zdrojích se došlo k závěru, že obecný tvar závislosti je:

$$f_v = a + bRe_m^c \quad (93)$$

kde a , b , c jsou konstanty, které se v různých zdrojích liší. Ergunova rovnice uvažuje $c = 1$.



Obr. 6-18 Porovnání Ergunova a Carmanova vztahu pro $f_v = f(Re_m)$ [31]

Pro velmi nízká Reynoldsova čísla je člen kinetické energie zanedbatelný a ztráty jsou dány pouze ztrátami viskózní energie. Naměřená data tureckého týmu jsou ve shodě se třemi zkoumanými vztahy v tom, že $f_v \approx 160$, což je i důvod, proč pro nízké Re dává Ergunův vztah přesnější výsledky než vztah Carmanův.

Celková závislost získaná proložení dat z [31] je:

$$f_v = 160 + 2,81Re_m^{0,904} \quad (94)$$

což se velmi blíží vztahu Carmanovu. Při porovnávání průměrné chyby mezi spočtenými a naměřenými hodnotami byly z 38 porovnávaných vzorců jenom 3 přesnější než Carmanův pro celou zkoumanou oblast Reynoldsových čísel ($2 < Re_m < 3600$) [31]. Ergunův vztah je zhruba v polovině a mnohé vztahy, o kterých autoři tvrdí, že Ergunův vztah zpřesňují, naopak dávají větší průměrnou chybu, než jakou vykazuje Ergunova rovnice. Například v práci [34] získali autoři pomocí experimentu koeficienty 1,95 a 203, což je výsledek, jehož odchylka od naměřených hodnot je 20 až 30 %.

Tři nejpřesnější vztahy jsou:

Fahien a Schriver, kteří dospěli k závěru, že Ergunovy konstanty 150 a 1,75 nejsou konstantní, ale jsou funkcí mezerovitosti, přičemž platí, že čím větší mezerovitost, tím větší koeficient tření f_p .

S použitím předpokladu, že v některých částech lože je proudění turbulentní, zatímco v jiných je laminární, získali poněkud složitý vztah:

$$f_p = \left(q \frac{f_{1L}}{Re_m} + (1 - q) \left(f_2 + \frac{f_{1T}}{Re_m} \right) \right) \frac{(1 - \varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \quad (95)$$

$$q = e^{-\frac{\varepsilon^2(1-\varepsilon)}{12,6} Re_m}; \quad f_{1L} = \frac{136}{(1-\varepsilon)^{0,38}}; \quad f_{1T} = \frac{29}{(1-\varepsilon)^{1,45} \varepsilon^2}; \quad f_2 = \frac{1,87 \varepsilon^{0,75}}{(1-\varepsilon)^{0,26}}$$

Druhým nejlepším je KTA od Nuclear Safety Standards Commission of Germany (v překladu: Německá Komise pro Normy Jaderné Bezpečnosti), jejichž vztah platí pro $\varepsilon \in \langle 0,36; 0,42 \rangle$, $L > 5d$ a Re_m až 100 000. Vztah vychází z Carmanovy rovnice.

$$f_p = \left(160 + 3 \left(\frac{Re}{1 - \varepsilon} \right)^{0,9} \right) \frac{(1 - \varepsilon)^2}{\varepsilon^3 Re} \quad (96)$$

Třetí vztah je od autorů Harrison, Brunner a Hecker, jejichž rovnice bere v úvahu i vliv stěny regenerátoru, což znamená, že f_p je i funkcí poměru $\frac{D}{d}$.

$$f_p = \left(119,8 A + 4,63 B \left(\frac{Re}{1 - \varepsilon} \right)^{\frac{5}{6}} \right) \frac{(1 - \varepsilon)^2}{\varepsilon^3 Re} \quad (97)$$

$$A = \left(1 + \pi \frac{d}{6(1-\varepsilon)D} \right)^2; \quad B = 1 - \frac{\pi^2 d}{24D} \left(1 - \frac{d}{2D} \right)$$

Tím se dostáváme k dalšímu důležitému bodu pro výpočet tlakové ztráty regenerátorů – vlivu stěny. Je-li poměr $\frac{D}{d}$ (průměr nádoby ku průměru částice) dostatečně malý, pak tento fakt může výrazně ovlivnit proudění média nádobou, jelikož u stěny je jiná, zpravidla větší mezerovitost a tudíž zde bude i jiná tlaková ztráta.

Přístupů, jak tento vztah zakomponovat do výpočtu je v literatuře vícero, jeden z rozšířenějších přístupů je právě ten použitý ve vztahu (97). Důležitým zjištěním článku [31] ovšem je, že pro data kde $4 < \frac{D}{d} < 10$ vzorce zahrnující vliv stěny nedávají výrazně přesnější výsledky. Naopak nejmenší celkový rozdíl mezi spočtenými a naměřenými hodnotami tlakové ztráty pro tuto skupinu dat dává Carmanův vzorec (92).

Závěrem lze říci, že by bylo vhodné práci tureckého týmu [31] přezkoušet. Ve svém experimentu použili jako médium vodu a skleněné kulové částice, u kterých kontrolovali jejich sfericitu. Tudíž se zdá být vhodné jejich experiment pro široké rozmezí Reynoldsových čísel zopakovat i pro vzduch a keramické i kovové částice, zda získané výsledky potvrdí jejich pozorování.

Stejně tak je zapotřebí blíže prozkoumat vliv stěny nádoby na tlakovou ztrátu, jelikož údaje v literatuře si mnohdy protirečí a práce od Esry Erdim [31] naznačuje, že vliv stěny je i pro „úzké“ regenerátory s $\frac{D}{d} < 10$ spíše zanedbatelný a výše uvedené vzorce dávají dobré výsledky i pro takovéto konfigurace náplně lože. Pro přesný experiment zabývající se vlivem stěny nádoby by bylo zapotřebí měnit nejen velikost částic d , ale použít též vícero průměrů nádob D .

Neposledním vlivem může být i drsnost povrchu částic. Skleněné koule mají bezesporu nižší drsnost povrchu než koule z keramických materiálů, což může způsobovat nižší tlakovou ztrátu.

6.3.2 Tlaková ztráta pro nekulové částice

U nekulových částic je důležitou proměnnou vstupující do výpočtů sfericita, což je vlastnost říkájící, jak moc se tvar částice blíží kouli. Určí se ze vztahu (98), kde se dolní index s vztahuje ke kouli a index p k částici (od anglického *sphere* a *particle*). Tento vztah dává do poměru plochu částice s plochou koule, která má stejný objem jako částice ($V_s = V_p$).

$$\psi = \frac{A_s}{A_p} = \left(\frac{36\pi V_p^2}{A_p^3} \right)^{1/3} \quad (98)$$

Dalším problémem je, že tlaková ztráta, a tudíž všechny vztahy uvedené v předchozí kapitole, závisí na průměru částice. U nekulových částic je proto zapotřebí vyřešit, jaký rozměr se do vztahu bude uvažovat.

V literatuře se vyskytuje několik přístupů a u každého vztahu pro nekulové částice je zapotřebí dbát na to, jaký vztah byl použit. Jedním z nejpoužívanějších způsobů je přenásobení průměru částice sfericitou [35]. Ergunova rovnice (83) tedy bude nabývat tvaru:

$$\frac{\Delta p}{L} = 1,75 \left[\frac{(1-\varepsilon) \rho v^2}{\varepsilon^3 \psi d} \right] + 150 \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \frac{\mu v}{(\psi d)^2} \quad (99)$$

Dalším způsobem je dopočetí podle vzorce (100), který dá ekvivalentní průměr d_p na základě znalosti objemu a povrchu částice. Vzorec byl získán dělením objemu a povrchu kulové částice.

$$d_p = \frac{6V_p}{A_p} \quad (100)$$

Právě tohoto vztahu využívá např. Nemec a Levec [37] (citováno z [36]), kteří pro $Re_m < 400$ pro válcové částice uvádějí vztah:

$$f_k = \frac{150}{\psi^{3/2} Re_m} + \frac{1,75}{\psi^{4/3}} \quad (101)$$

Naopak pro vysoká Reynoldsova čísla ($1\,000 < Re < 2\,700$) pro obecné nekulové částice uvádí Singh a kol. [38] (citováno z [36]) vztah:

$$f_p = 4,466 Re^{-0,2} \psi^{0,696} \varepsilon^{-2,945} e^{11,85(\log \psi)^2} \quad (102)$$

kde za d_p dosadili:

$$d_p = \left(\frac{6}{\pi} V_p \right)^{1/3} \quad (103)$$

Většina vztahů objevujících se v literatuře byla získána experimentem a například Allen a kol. [36] došli k následujícím výsledkům:

$$f_k = \frac{a}{\frac{2}{3} Re_m} + \frac{b}{\left(\frac{2}{3} Re_m \right)^c} \quad (104)$$

Kde pro průměr částice platí vztah:

$$d_p = \frac{8V_p}{A_p} \quad (105)$$

Pro různé typy lože jim vyšly následující konstanty a , b , c :

Tabulka 6-5 Koeficienty pro nekulové částice použité v rovnici (104)

Typ částic	a	b	c
Koule s drsným povrchem	185	6,35	0,12
Dřevěné krychle	240	10,80	0,10
Dřevěné válce	216	8,80	0,12
Žaludy (elipsoidy)	150	3,25	0,15
Štěrk, nadrcený na 26 mm	200	8,0	0,12

V tabulce 6-5 jsou první 4 typy náplní homogenní – všechna tělíska mají stejný rozměr. Výjimkou je štěrk, jehož částice sice byly nadrceny na maximální dovolenou velikost, ale ani jejich tvar ani jejich průměrná velikost není homogenní, částice se tam vyskytují s jistým rozdělením. Pak je nutno získat nějakou průměrnou hodnotu, jednou z možností je například Sauterův průměr d_{SM} [35]:

$$d_{SM} = \frac{1}{\sum \frac{x_i}{d_{p,i}}} \quad (106)$$

Kde x_i je hmotnostní zlomek částic v intervalu i a $d_{p,i}$ je odpovídající průměr částice.

Obdobným způsobem lze pracovat i s rovnicí (105), kde se použité částice rozdělí do i skupin podle potřeby a výsledná průměrná hodnota průměru částice se získá podělením sum objemů jednotlivých skupin/typů částice a povrchů těchto skupin/typů částic.

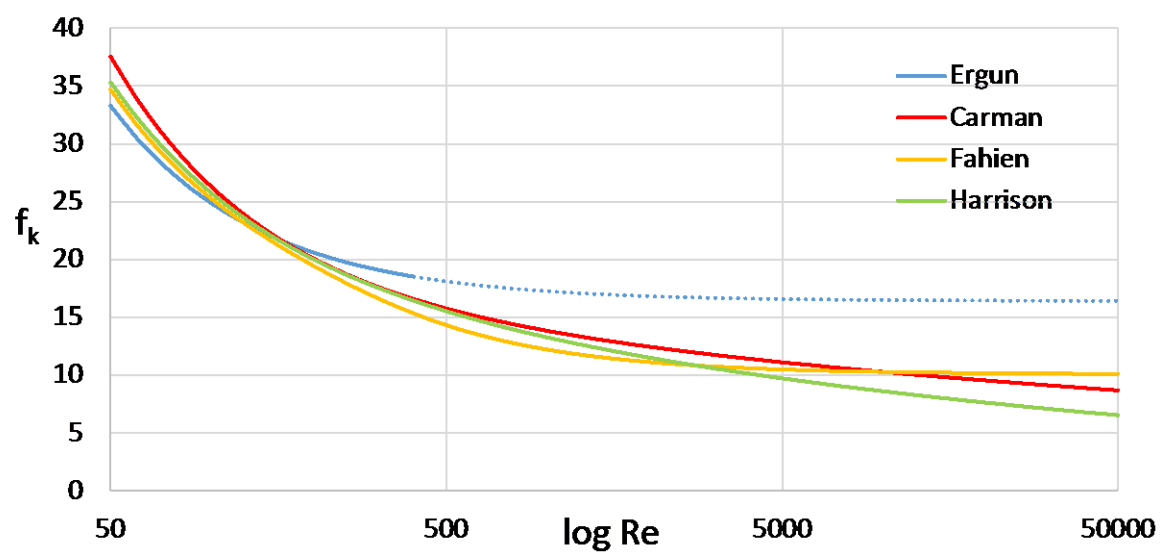
Dalším bodem při výpočtu tlakové ztráty je proměnlivá mezerovitost nekulových částic, která závisí nejen na sfericitě, ale často i na uspořádání a na dalších faktorech. Ideální je mezerovitost konkrétního typu materiálu znát či získat/ověřit měřením.

6.3.3 Aplikace ve výpočtovém programu

Po dokončení tepelného výpočtu spočte program hodnotu tlakové ztráty Δp pro níže uvedené 4 vztahy, přičemž pro ně zkontroluje, zda je Reynoldsovo číslo v intervalu platnosti. Jedná se o tyto vztahy:

- Ergunova rovnice (83) – základní vztah, se kterým se dá setkat nejčastěji; platný do $Re < 300$, program vyčíslí jeho hodnotu do $Re = 500$.
- Carmanova rovnice (85) – též často používaný vztah; do $Re < 36\,000$.
- Fahien a Schriver (95) – složitější vztah, který je funkcí mezerovitosti; rozsah platnosti neuveden.
- Harrison, Brunner a Hecker (97) – vztah zahrnující vliv stěny nádoby; platný pro $Re < 7\,700$.

Jejich grafické porovnání je uvedeno v grafu na obrázku 6-19. Zde je vidět, že Ergunův vztah je použitelný nejvýše pro $Re = 400$, pak již začne dávat příliš vysoké hodnoty tlakové ztráty.



Obr. 6-19 Závislost koeficientu tření f_k na Reynoldsově čísle Re

7 Aplikace výpočtového modelu

Jako vzorové zadání, pro které následuje bližší rozbor průběhů a závislostí různých veličin, bylo použito zadání z čínské diplomové práce [28], čímž je možná i kontrola výsledků.

Geometrie regenerátoru:

Průměr regenerátoru	200 mm
Výška regenerátoru	1 000 mm

Vlastnosti lože, materiálem je alumina:

Průměr kulových částic	10 mm
Mezerovitost	0,44
Hustota	3 970 kg/m ³
Měrná tepelná kapacita	765 J/kgK
Součinitel tepelné vodivosti	1 W/mK
Tepelná difuzivita	0,463·10 ⁻⁶ m ² /s

Provozní parametry:

Doba horké a chladné periody	10 min
Vstupní teplota vzduchu	27 °C
Vstupní teplota spalin	727 °C
Měrný hmotnostní průtok vzduchu	0,7 kg/m ² s
Měrný hmotnostní průtok spalin	0,7 kg/m ² s

Termofyzikálními vlastnostmi médií uvažuje Bich ve své práci [28] za konstantní a shodné pro horkou i chladnou část cyklu:

Hustota	1,16 kg/m ³
Měrná tepelná kapacita	1 007 J/kgK
Součinitel tepelné vodivosti	0,026 3 W/mK
Dynamická viskozita	23·10 ⁻⁶ Pa·s

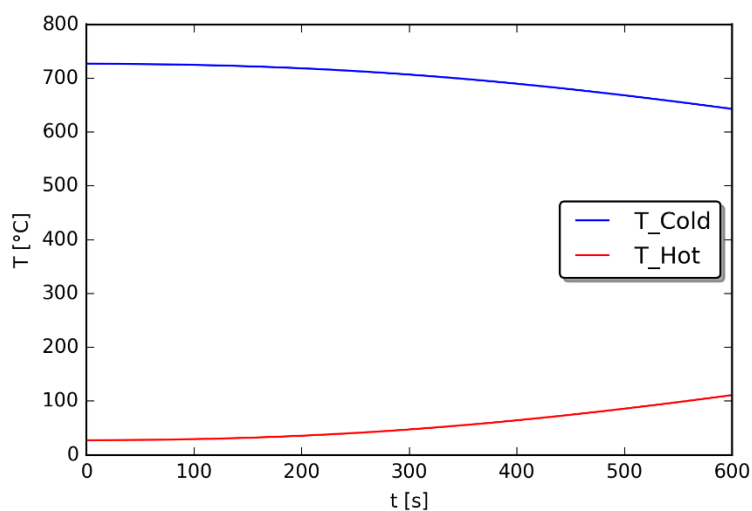
Pro výpočet součinitele přestupu tepla se v práci [28] používá vztah (77) a zároveň se neuvažuje modifikovaný součinitel přestupu tepla $\bar{\alpha}$. Dále se v dané publikaci považuje Prandtlovo číslo za konstantní, $Pr = 0,7$.

V poslední řadě je vhodné zmínit, že toto zadání je symetrické a rovnovážné, jelikož všechny vlastnosti teplého a chladného proudu jsou totožné.

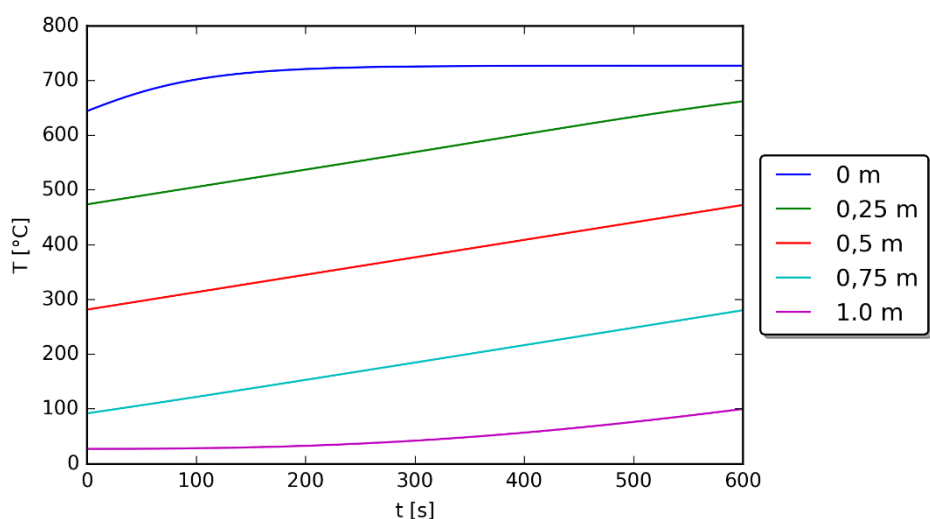
7.1 Výsledky rozšířeného výpočetního programu

V této části jsou shrnuty získané výsledky chování regeneračního výměníku tepla pro zadání uvedené výše pro lineární výpočtový model. Vlastnosti média jsou konstantně zadány, výpočet součinitele přestupu tepla probíhá pomocí Bichem používaného vzorce a modifikovaný součinitel přestupu tepla $\bar{\alpha}$ je zahrnut.

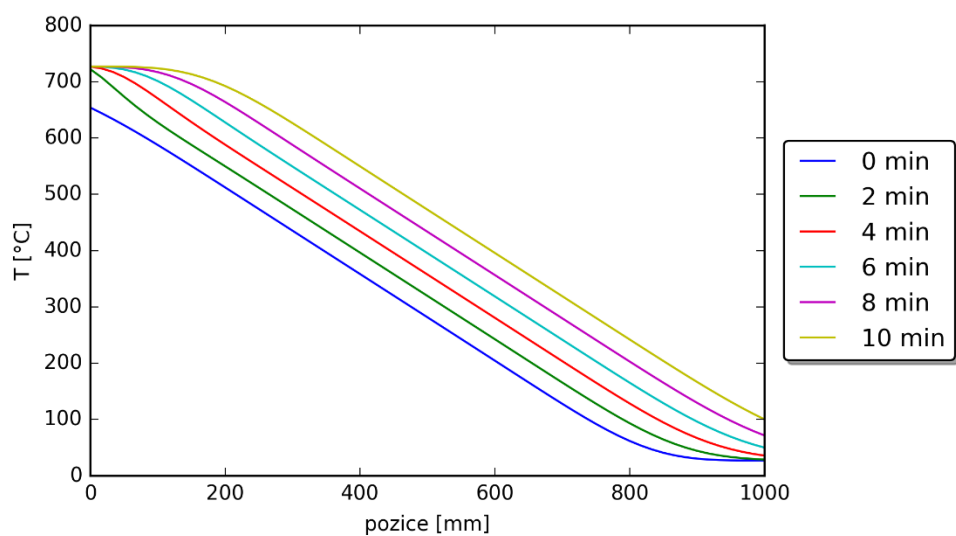
Klíčovým výstupním parametrem je časový průběh teplot médií na výstupu z regenerátoru. Tento průběh je zajímavý z řady důvodů. Zaprvé proto, že výstupní teplota určuje míru efektivitu přenosu tepla a zadruhé je zapotřebí vědět, v jakém rozmezí se výstupní teploty v průběhu periody pohybují. U rekuperátoru je výstupní teplota konstantní, ale u regenerátoru během periody postupně klesá. Průběh je znázorněn na obrázku 7-20.



Obr. 7-20 Průběh výstupních teplot médií během periody



Obr. 7-21 Průběh teplot lože během horké periody v závislosti na čase

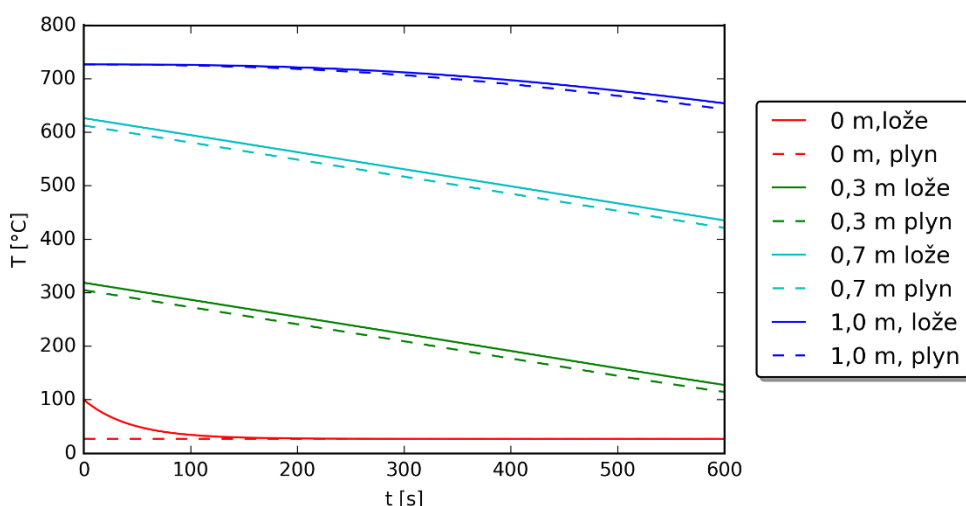


Obr. 7-22 Průběh teplot lože během horké periody v závislosti na pozici

Na obrázku 7-21 je znázorněn průběh teploty materiálu lože v několika místech během horké periody. Zde je vidět, že materiál u vstupu (modrá křivka) se nahřeje na vstupní teplotu horkého média již po prvních třech minutách periody, zatímco materiál lože na výstupu začne výrazněji zvyšovat svou teplotu až po zhruba 5 minutách ohřívání, tj. v půlce horké periody.

Stejná situace ovšem s pozicí v regenerátoru na ose x a křivkami pro různé časové okamžiky je na obrázku 7-22.

Vykreslením teploty lože a plynu do jednoho grafu je možné potvrdit teoretický průběh teplot v zařízení, tak jak je popsán v kapitole 4.1 na obrázku 4-10. Toto je provedeno na obrázku 7-23, kde jde vidět, že červená čárkovaná křivka pro plyn je na konstantní hodnotě – jedná se o neměnnou vstupní teplotu chladného vzduchu. Chladný vzduch však již během dvou minut ochladí lože na vstupu na svou teplotu. U tohoto zadání (pro chladnou periodu) platí, že v každém místě regenerátoru je médium zhruba o 10 °C chladnější než okolní pevný materiál lože.



Obr. 7-23 Porovnání teploty lože a teploty média během chladné periody

7.2 Porovnání různých metod

V této kapitole následuje shrnutí výsledků pro zadání popsané výše. Jedná se celkem o osm variant, jejichž výčet je v tabulce 7-6. Tyto varianty jsou dány různými kombinacemi následujících parametrů:

- výpočtová metoda, viz kapitola 5,
- přístup k určení termofyzikálních vlastností, viz kapitola 4.3 – lineární model s ručně zadanými konstantními hodnotami; lineární model s hodnotami odečtenými z tabulek; kvazilineární model,
- použitý vztah pro výpočet součinitele přestupu tepla α – Bich (77) vs. Gao (76),
- vliv příčného vedení tepla – započtení či nezapočtení modifikovaného součinitele přestupu tepla $\bar{\alpha}$.

Výsledné výstupní teploty média na začátku a na konci každé periody společně s průměrnými výstupními teplotami jsou pro všechny varianty vypsány v tabulce 7-7.

Klíčové porovnání je mezi výstupními teplotami varianty 1), 2) a 3), jelikož každý z těchto výpočtů používá jiné komplexní výpočtové metody a jsou-li tyto metody i jejich provedení správné, pak se výsledky budou shodovat.

Tabulka 7-6 Seznam výpočtových variant

Varianta	Popis
1) Bich	Výsledky z kódu dle Biche [28]
2) WOLinZBB	Willmottova Otevřená metoda; Lineární model; Zadané konstantní hodnoty; Výpočet alfy podle Biche; Bez modifikovaného součinitele $\bar{\alpha}$
3) HWUzLinZBB	Hill-Willmottova Uzavřená metoda; Lineární model; Zadané konstantní hodnoty; Výpočet alfy podle Biche; Bez modifikovaného součinitele $\bar{\alpha}$
4) WOLinZBS	Willmottova Otevřená metoda; Lineární model; Zadané konstantní hodnoty; Výpočet alfy podle Biche; S modifikovaným součinitelem $\bar{\alpha}$; Průběhy teplot z kapitoly 7.1 jsou pro tuto variantu
5) WOLinOBS	Willmottova Otevřená metoda; Lineární model; Odečítání hodnot z tabulek; Výpočet alfy podle Biche; S modifikovaným součinitelem $\bar{\alpha}$
6) WOLinZGS	Willmottova Otevřená metoda; Lineární model; Zadané konstantní hodnoty; Výpočet alfy podle Gaa; S modifikovaným součinitelem $\bar{\alpha}$
7) WOKvazilinBS	Willmottova Otevřená metoda; Kvazilineární model; Výpočet alfy podle Biche; S modifikovaným součinitelem $\bar{\alpha}$
8) PRLinOBS	Metoda Pseudo-rekuperátoru; Lineární model; Odečítání hodnot z tabulek; Výpočet alfy podle Biche; S modifikovaným součinitelem $\bar{\alpha}$
9) PRKvazilinBS	Metoda Pseudo-rekuperátoru; Kvazilineární model; Výpočet alfy podle Biche; S modifikovaným součinitelem $\bar{\alpha}$

Tabulka 7-7 Porovnání výsledků pro vzorové zadání

Metoda	$t_{out,0}^h$	$t_{out,P}^h$	$t_{out,0}^c$	$t_{out,P}^c$	\tilde{t}_{out}^h	\tilde{t}_{out}^c
Var. 1) Bich	27,1	108,6	726,9	643,6	53,7	699,7
Var. 2) WO, Lineární	27,1	111,1	726,9	642,9	55,0	699,0
Var. 3) HW, Uzavřená	27,1	111,1	726,9	642,9	55,0	699,0
Var. 4) WO, Lineární	27,2	115,6	726,8	638,4	57,8	696,2
Var. 5) WO, Lineární	27,0	103,6	727,0	650,4	49,2	704,8
Var. 6) WO, Lineární	36,2	159,3	717,8	594,7	91,5	662,5
Var. 7) WO, Kvazilin	27,0	107,6	727,0	654,3	50,4	706,0
Var. 8) Pseudorek	-	-	-	-	52,6	701,4
Var. 9) Pseudorek, kvazilin	-	-	-	-	50,4	706,0

Výpočet od Biche obsahuje chybu, kterou bylo nutno opravit – měrné průtoky G jsou vztažené na celý průřez zařízení. To znamená, že se hmotnostní průtok spočte podle vztahu (107). Chyba pak ovšem je v použitém vztahu pro Reynoldsovo číslo, kde použil vzorec uvažující rychlost proudění v prázdné nádobě. Ovšem rychlost, a potažmo Reynoldsovo číslo, v loži z keramických kuliček je potřeba vztáhnout na volnou plochu průřezu, tzn. podělit ho mezerovitostí.

Správný vztah pro Re je uveden ve vzorci (108).

$$\dot{M} = GS_{fr} \quad (107)$$

$$Re = \frac{dv}{\mu} = \frac{d}{\mu} \frac{\dot{M}}{\rho S_{fr} \varepsilon} \quad (108)$$

Po opravě této chyby byly získány výsledky uvedené v tabulce 7-7. Výsledky vytvořeného výpočtového programu (Varianta 2) se liší od Bichových hodnot (Varianta 1) u chladného proudu o 0,7 °C, ale u horkého proudu až téměř o 3 °C, což není zanedbatelná odchylka.

Třetí sledovanou metodou je Hillova-Willmottova uzavřená metoda (viz kapitola 5.4), jejíž výsledky jsou uvedeny jako Varianta 3). Tato metoda dává stejné výsledky jako Varianta 2), hodnoty výstupních teplot se liší až na páté platné číslici. Z toho se dá usoudit, že Bichem použitá metoda obsahuje ještě další chybu a nedává přesné výsledky. Pro nalezení chyby bude zapotřebí tuto metodu detailně projít a zkontrolovat její odvození

Tabulka 7-8 Porovnání účinností Varianty 1) a Varianty 2)

Tepelný poměr	η_{reg}^h	η_{reg}^c	$ \eta_{reg}^h - \eta_{reg}^c $
Var. 1) Bich	0,961 9	0,961 0	$8,6 \cdot 10^{-4}$
Var. 2) Současný výpočtový program	0,960 1	0,960 1	$1,1 \cdot 10^{-5}$

Tomu nasvědčují i hodnoty spočtených tepelných poměrů η_{reg} , viz tabulka 7-8. Podle teorie by pro symetrický-rovnovážný regenerátor měly tepelné poměry horké a chladné periody mít stejnou hodnotu. Toto platí pro vytvořenou metodu mnohem lépe než pro Bichův výpočet – tam je rozdíl mezi hodnotou η_{reg}^h a η_{reg}^c výrazně vyšší.

Rozdíl mezi Variantou 2) a 4) je v započtení vlivu příčného vedení tepla v loži, který je vyjádřený modifikovaným součinitelem přestupu tepla $\bar{\alpha}$. Příčné vedení tepla způsobí ztrátu účinnosti přenosu tepla v tomto konkrétním případě o 4,5 °C na výstupní teplotě v čase na konci periody a o 2,8 °C v průměrné výstupní teplotě.

Tento rozdíl už je znatelný a je tudíž vhodné se modifikovaným součinitelem $\bar{\alpha}$ počítat – všechny další varianty už ho obsahují. Porovnání hodnot α a $\bar{\alpha}$, které posléze vstupují do výpočtu redukovaných veličin, je v tabulce 7-9.

V této tabulce je navíc vložena i Varianta 4b). Bich totiž uvažuje tepelnou vodivost λ rovnu jednomu Wattu na metr a Kelvin. Ovšem když se najdou vlastnosti aluminu [39], tak se ukáže, že správná hodnota je $\lambda = 32 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \text{K}^{-1}$, což dává výrazně méně rozdílné hodnoty modifikovaného součinitele alfa, viz tabulka. Další nesrovnalostí je tepelná difuzivita materiálu lože κ . Ta se dá spočíst ze vztahu:

$$\kappa = \frac{\lambda_s}{\rho_s C_s} \quad (109)$$

Jelikož všechny 3 proměnné potřebné k jejímu výpočtu jsou známy, tak není potřeba ji zadávat. Nicméně Bichem zadaná hodnota je $0,463 \cdot 10^{-6}$, zatímco spočtená hodnota je $10,54 \cdot 10^{-6}$ pro $\lambda = 32 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \text{K}^{-1}$ a $0,329 \cdot 10^{-6}$ pro $\lambda = 1 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \text{K}^{-1}$.

Tabulka 7-9 Srovnání vypočtených hodnot α

Součinitel přestupu tepla [$\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$]	α^h	α^c	$\bar{\alpha}^h$	$\bar{\alpha}^c$
Varianta 2)	115,8	115,8	-	-
Varianta 4)	115,8	115,8	103,8	103,8
Varianta 4b)	115,8	115,8	115,4	115,4
Varianta 6)	47,1	47,1	45,0	45,0
Varianta 7)	191,6	188,7	161,0	158,9

Varianta 4) a 5) se od sebe liší způsobem, jakým se určí termofyzikální vlastnosti proudících plynů. Jejich rozdílné hodnoty jsou vedeny v tabulce 7-10.

Bich ve svém textu píše, že se v horké i chladné části cyklu uvažují vlastnosti vzduchu. Pohled do tabulek prozradí, že pro výpočet zvolil hodnoty odpovídající teplotě vzduchu zhruba 30 °C.

Oproti tomu Varianta 5) spočte hodnoty pro $t_{ref} = \frac{T_{in}^h + T_{in}^c}{2} = 377 \text{ °C}$. Z toho plyne, že porovnání Varianty 4) a 5) ukazuje, jaký je rozdíl mezi tím, když se uvažují hodnoty fyzikálních vlastností, které platí pro vstupní teplotu, a mezi vlastnostmi vzduchu pro průměrnou teplotu v regenerátoru.

Tabulka 7-10 ukazuje, že tento vliv na výstupní teploty je vskutku značný – teplota na konci periody je pro Variantu 5) lepší (tj. vyšší u horké a nižší u chladné periody) o celých 12 °C vůči Variantě 4) a průměrná výstupní teplota je lepší o více než 8 °C. Proto je zapotřebí pečlivě zvážit, jaké hodnoty fyzikálních vlastností použít. Nebude-li se jednat o vzduch, ale o nějaké specifitější médium, pro které nejsou k dispozici věrohodné údaje, pak připadá v úvahu ruční zadání konstantních hodnot vlastností média. V opačném případě by tabelované hodnoty měly dávat lepší výsledky.

Tabulka 7-10 Srovnání vypočtených fyzikálních vlastností vzduchu

Fyz. vlastnosti vzduchu	Bich	Varianta 5)	Varianta 7)	
			Horká p.	Chladná p.
Hustota [$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$]	1,161	0,543	0,533	0,551
Měrná tep. kapacita [$\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$]	1 007	1 064	1 066	1 062
Kinematická viskozita $\cdot 10^{-6}$ [$\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$]	19,8	59,5	61,3	57,9
Tep. vodivost [$\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$]	0,026	0,051	0,051	0,050

Porovnání Varianty 4) a 6) je obzvláště důležité, jelikož demonstruje problematiku probíranou v kapitole 6.2. Zvolení správného vztahu pro výpočet součinitele přestupu tepla je klíčový krok výpočtu. Jak již v patřičné kapitole bylo zmíněno, Bichův vztah (77) dává několikanásobně větší hodnoty, než Gaův vztah (76), přičemž pro dané varianty jsou tyto hodnoty vyčísleny v tabulce 7-9.

Vliv součinitele přestupu tepla na výstupní teploty je drastický – pro Gaův nízký součinitel α je rozdíl teplot na konci periody téměř 55 °C vůči Bichovu vztahu a je zde i rozdíl přes 9 °C pro výstupní teploty na začátku periody.

Z praktického hlediska je lepší být při návrhu zařízení na konzervativní straně a vzít vztah dávající menší hodnoty součinitele α a zařízení lehce naddimenzovat, než zjistit, že reálný součinitel je výrazně nižší, než jaký byl uvažován, a zařízení nebude mít požadovaný výkon.

Varianta 7) je výpočet kvazilineárního modelu regeneračního výměníku tepla. Všechny předchozí varianty uvažovaly shodné termofyzikální vlastnosti studeného i horkého proudu, což znamená, že se celou dobu jednalo o symetrický-rovnovážný regenerátor. Kvazilineární model ovšem po každém kroku iterace znovu přepočte termofyzikální vlastnosti pomocí vzorce (30), vyjma prvního kroku iterace, kde se použije vzorec (29). Toto přepočítávání mění s každým krokem redukované veličiny, které již nebudou pro obě periody shodné a regenerátor již nebude nadále ani symetrický, ani rovnovážný.

Toto je v tabulce 7-7 patrné tak, že výstupní teploty u chladné periody se vůči hodnotám Varianty 5) zvedly (= zvýšení účinnosti u chladné periody), ale u horké periody se výstupní teploty také zvedly, tam to ale naopak znamená snížení účinnosti.

Výsledky Varianty 7) jsou i v tabulce 7-9 a 7-10. Součinitele přestupu tepla α v tabulce 7-9 jsou u této varianty výrazně větší především kvůli tomu, že se termofyzikální vlastnosti média odečítaly z tabulek, Varianta 5) tudíž má velmi podobné hodnoty α a $\bar{\alpha}$. Tabulka 7-10 poté ukazuje pouze to, do jaké míry se liší odečtené hodnoty vlastností vzduchu pro horký a chladný proud.

Velmi zajímavé je i srovnání výsledků otevřené metody se zjednodušenou metodou pseudorekuperátoru. Zde je zapotřebí srovnávat Variantu 5) s Variantou 8) a Variantu 7) s Variantou 9). Ukazuje se, že lineární výpočet pomocí metody pseudorekuperátoru, který je snadno proveditelný i ručně, dává výsledky, které se liší od komplexní metody o 3,4 °C. To je výsledek, který je přijatelný, když se vezme v potaz, jaký vliv na výsledek mají různé vztahy pro součinitel přestupu tepla nebo uvažované fyzikální vlastnosti proudících médií. Dále pro tuto metodu bylo vyzkoušeno zadání z HEDH [13] z kapitoly 7, podkapitoly E. Pro tento příklad byl rozdíl mezi metodou pseudorekuperátoru a Willmottovou otevřenou metodou kolem 1,5 °C na časově průměrných výstupních teplotách.

Až překvapivý výsledek však dává kvazilineární provedení metody pseudorekuperátoru, kterým se získají shodné výsledky s kvazilineárním výpočtem otevřené metody. Tyto metody se shodují s přesností na desetiny stupně Celsia a to v případě pseudorekuperátoru už po 4 iteracích.

Nevýhodou metody pseudorekuperátoru ovšem je, že vypočte jenom časově průměrné výstupní teploty a jejím použitím nelze zjistit průběh teplot s časem či pozicí v regeneračním výměníku. Její přesnost je však značná a i v ručním provedení stojí za zvážení provedení alespoň jednoho kroku iterace pro zpřesnění získaných výsledků⁸.

V kapitole 5.2 již bylo zmíněno, že se v Heat Exchanger Design Handbook [13] vyskytuje chyba pro výpočet koeficientu f . Ten se pro obecný nesymetrický regenerátor spočte pomocí rovnice (47) a pro symetrický regenerační výměník má po opravě platit vztah:

$$f = \frac{1}{1 - \frac{KA(P^h + P^c)}{\dot{M}^h C^h p^h}} \quad (110)$$

⁸ V případě výpočtu s odečítáním hodnot vlastností z tabulek.

Jenže při výpočtu pro zde uvedené symetrické zadání bylo zjištěno, že vztah (110) nefunguje – dává zápornou výstupní teplotu u horké periody. Autor tam navíc odkazuje na články, které poté nejsou uvedeny v seznamu literatury.

Tento problém byl v programu PseudoRek.py ošetřen pomocí výjimky pro symetrické zadání, tj. platí-li rovnost $\dot{M}^h C^h P^h = \dot{M}^c C^c P^c$. Aby se tato rovnost porušila, je přijatelné lehce změnit jednu z měrných tepelných kapacit následovně:

$$C^h = C^c + 1 \quad (111)$$

Výpočet poté v pořádku proběhne, výsledky Varianty 8) v tabulce 7-7 jsou získány právě tímto způsobem. Přesto to může být jeden z důvodů, proč lineární Varianta 8) dává vcelku rozdílné výsledky oproti Variantě 5), zatímco kvazilineární výpočty Varianty 7) a 9) se velmi dobře shodují.

Tabulka 7-11 Hodnoty tlakové ztráty [kPa]

	Re		Ergun		Carman		Fahien		Harrison	
	hot	cold	hot	cold	hot	cold	hot	cold	hot	cold
Varianta 2)	692	692	-	-	2,23	2,23	2,09	2,09	2,14	2,14
Varianta 5)	493	493	5,89	5,89	5,10	5,10	4,81	4,81	4,95	4,95
Varianta 7)	473	511	6,28	-	5,46	4,78	5,16	4,50	5,31	4,63

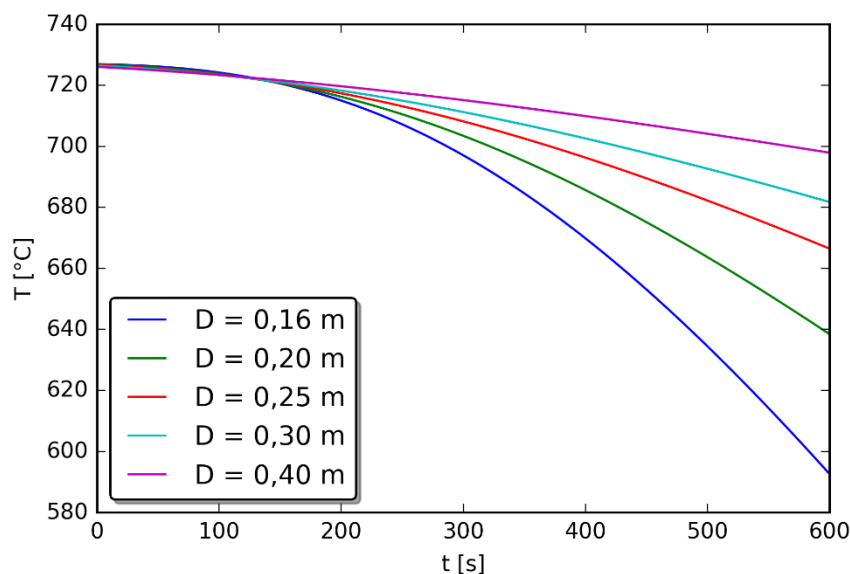
Výpis získaných hodnot tlakové ztráty je v tabulce 7-11. Tlaková ztráta klesá v závislosti na Reynoldsově čísle, které se v závislosti na variantě pohybuje v rozmezí 400 až 700 a vyhodnocuje se pro 4 kritéria, viz kapitola 6.3.3. Z tabulky je mimo jiné patrné, do jaké míry Ergunův vztah nadhodnocuje míru tlakové ztráty.

7.3 Vliv vstupních parametrů

Na následujících obrázcích jsou zakresleny průběhy výstupní teploty média během chladné periody, pro situaci, kdy se mění pouze jeden vstupní parametr a všechny ostatní veličiny zůstávají nezměněné. Stejně jako v kapitole 7.1 byla pro výpočty použita Varianta 4).

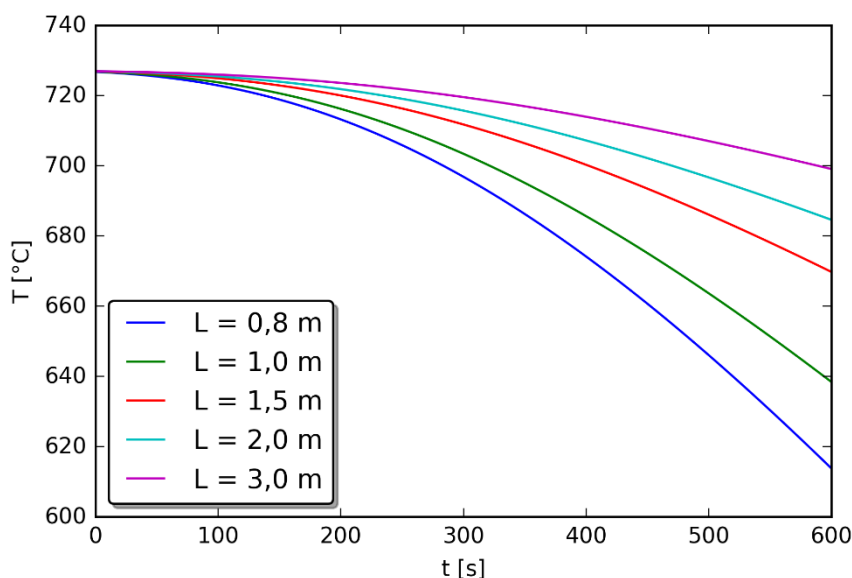
Na obrázku 7-24 se mění průměr lože D . Zde je nutné lehce pozměnit zadání, jelikož bude-li konstantní měrný průtok G , tak jak tomu je v zadání, pak změna průměru (a tudíž průřezu) zařízení nebude mít vliv na jeho výkon. Je tedy zapotřebí vzít fixní hodnotu průtoku médií $\dot{M}^h = \dot{M}^c = 0,022 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$.

Z grafu vyplývá, že při nedostatečně širokém regenerátoru klesá jeho účinnost. Se zvyšujícím se průřezem roste hmota regenerátoru a díky tomu roste i výstupní teplota přehřívajícího vzduchu. Pro praktický návrh regeneračního výměníku je zapotřebí návrh optimalizovat, jelikož vyšší výkon je vykoupěn vyšší investiční cenou, která vyplývá z větší hmoty náplně lože.



Obr. 7-24 Výstupní teplota předehřívaného vzduchu v závislosti na průměru regenerátoru

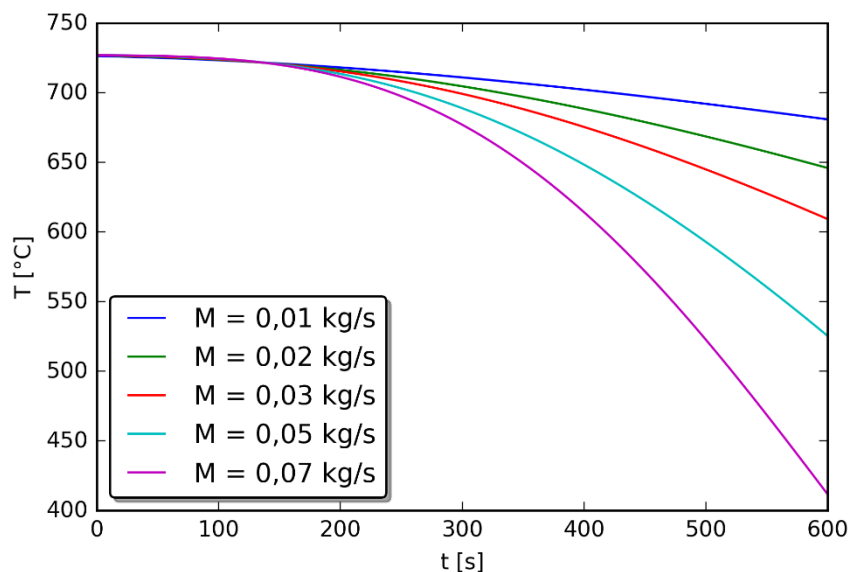
Obdobná závislost platí i pro délku regenerátoru L , která je na obrázku 7-25. Stojí za povšimnutí, že regenerátor s výškou $L = 3$ metry, předehřeje daný proud vzduchu na stejnou teplotu jako zařízení s $L = 1$ m, ale $D = 0,4$ m. Ovšem v případě zvýšení výšky zařízení se objem náplně ztrojnásobil, zatímco zdvojnásobení průměru vede ke čtyřikrát většímu objemu keramických kuliček. Při návrhu je tedy zapotřebí držet jistý ideální poměr L/D , aby objem náplně regenerátoru byl co nejnižší.



Obr. 7-25 Výstupní teplota předehřívaného vzduchu v závislosti na délce regenerátoru

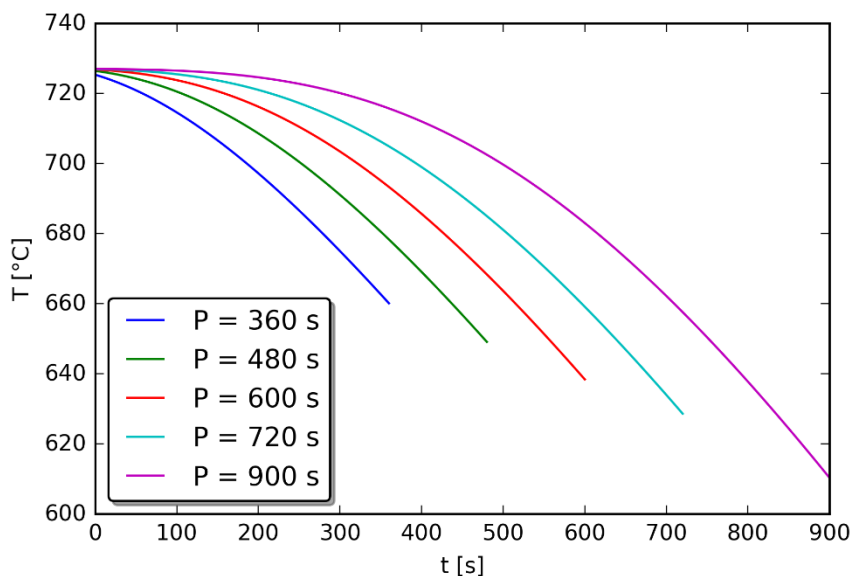
Na obrázku 7-26 jsou uvedeny křivky pro různé průtoky $\dot{M}^h = \dot{M}^c$ pro pevně daný regenerátor a pevnou periodu. Ukazuje se logický vztah, že čím menší průtok, tím vyšší výstupní teploty – materiál regenerátoru má větší tepelnou kapacitu než proud a tudíž ho dostatečně nahřeje, respektive ochladí během opačné periody. Zde rozebíraný regenerátor má značný problém

dostatečně přehřát trojnásobný proud oproti tomu zadanému, výstupní teplota na konci chladné periody je kolem 410 °C.



Obr. 7-26 Výstupní teplota přehříváného vzduchu v závislosti na průtoku médií

Obrázek 7-27 ukazuje vliv délky periody $P^h = P^c$ na výstupní teplotu vzduchu během chladné části cyklu. Zde je vidět, že rychlejší přepínání přispívá ke zvýšení účinnosti regenerace tepla. Nejvyšší účinnosti dosahuje teoretická perioda o nulové délce, která však v praxi není realizovatelná. Závisí tudíž často na provedení konkrétního systému, kde se regenerátor používá, a periody s délkou kolem 120 či 180 sekund nejsou výjimkou.

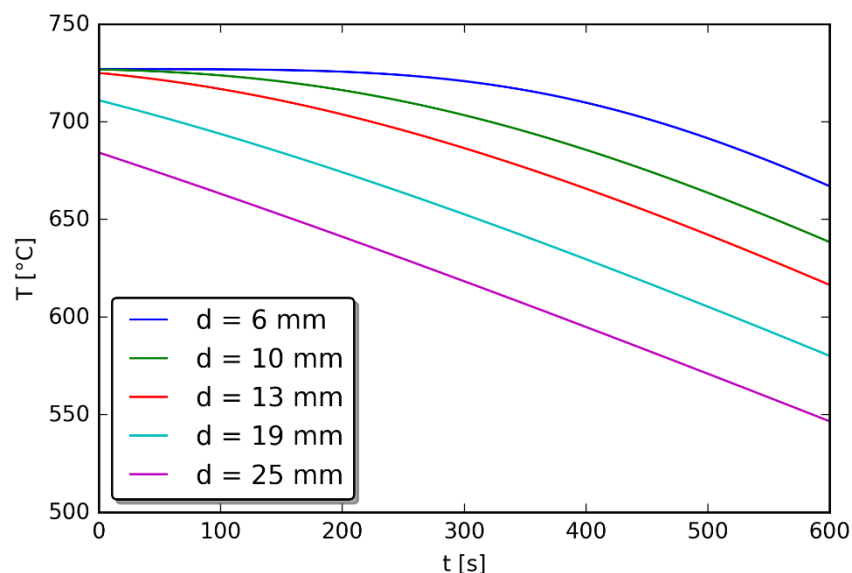


Obr. 7-27 Výstupní teplota přehříváného vzduchu v závislosti na trvání jedné periody

Vliv na výkon zařízení má i zvolená náplň, konkrétně průměr použitých kuliček. Zde je potřeba mít na paměti, že bude-li se průměr kuliček měnit, bude se měnit i mezerovitost. Podle katalogu od firmy Raschig [10] je však změna mezerovitosti jen drobná – pro kuličky do průměru

3/8 palce, tj. do 10 mm včetně, je mezerovitost 0,44, pro větší kuličky pak uvádí 0,45. Výstupní teploty i se zaznamenaným vlivem změny mezerovitosti jsou uvedeny na obrázku 7-28.

Zde je vidět, že nevhodně zvolená velikost kuliček může mít fatální vliv na výkon regeneračního výměníku tepla. Budou-li příliš velké, pak nebude dosaženo dostatečné účinnosti přenosu tepla. Čím menší kuličky, tím lépe. Je ovšem zapotřebí mít na paměti, že menší kuličky budou znamenat větší tlakovou ztrátu, což se může projevit na požadovaném výkonu ventilátoru, který je v dané sestavě použitý.



Obr. 7-28 Závislost výstupní teploty na průměru kuliček lože

8 Možnosti rozšíření

Výpočtový program nabízí ještě řadu možných vylepšení. Jedním okruhem jsou programátorské záležitosti jako grafické rozhraní či „chytřejší“ zadávání veličin, kde by program hlídal, zda uživatel například neprohodil vstupní teploty pro horký a chladný proud.

Dalším možným rozšířením by bylo umožnění výpočtu i pro jinou náplň než lože volně ložených koulí. K tomu by byla zapotřebí hlubší rešerše a případně i provedení vlastních pokusů za účelem nalezení vhodných vztahů pro výpočet součinitele přestupu tepla a tlakové ztráty. Takováto modifikace nezmění algoritmus výpočtu, pouze upravuje vstupní data (jiné zadání tvaru částic lože) a výpočet některých provozních parametrů (například Nusseltovo číslo).

Mimo výše uvedené však existují dva hlavní body, které by dále rozšířily možnosti použití výpočtového programu.

8.1 Přenos tepla radiací

Prvním z těchto bodů je přenos tepla radiací. Od teplot kolem 500 °C začíná docházet i k radičnímu přenosu tepla mezi plynem a pevnou látkou lože. Pro tepelnou výměnu za teplot nižších než 1 000 °C je stále hlavním způsobem přenosu tepla konvekce a platí zákonitosti popsané v kapitole 4. Ovšem za teplot vyšších než 1 000 °C již radiaci nelze zanedbávat a je zapotřebí počítat i s jejím podílem na přenosu tepla [29]. Tento vliv bude hrát roli především v horkém cyklu, kde pak platí, že výsledné teplo Q předané materiálu lože je dáno součtem tepla předaného konvekci Q_c a tepla předaného radiací Q_r :

$$Q^h = Q_c^h + Q_r^h \quad (112)$$

kde Q_r^h je dáno vztahem [29]:

$$Q_r^h = \sigma \frac{\epsilon_s + 1}{2} \left[\epsilon_f (\tilde{T}_f^h)^4 - \alpha_{af} (\tilde{T}_s^h)^4 \right] P^h \quad (113)$$

kde σ – Stefan-Boltzmannova konstanta

ϵ – emisivita

α_a – pohltivost (= absorptivita)

\tilde{T} – průměrná teplota v K

Emisivita plynu ϵ_f závisí na jeho složení. Vzduch i spaliny obsahují, v různých poměrech, molekuly dusíku, kyslíku, oxidu uhličitého a vodní páry a všechny tyto prvky se budou účastnit přenosu tepla radiací. Zároveň však platí, že dvouatomové plyny, tedy kyslík a dusík s molekulami O_2 a N_2 , mají emisivitu velmi slabou a přenos tepla zářením je u nich velmi malý. Proto lze předpokládat, že teplo předané radiací je pro suchý vzduch zanedbatelné. Pro výpočet regeneračních výměníků tepla to znamená, že radiční složku lze u chladné periody zanedbat a stačí ji uvažovat pro horkou část cyklu, kde médiem bývají spaliny s vysokým obsahem CO_2 a H_2O , což je i důvod indexu h v rovnici (112).

Spočtení výsledné emisivity však není úplně přímočaré. K určení výsledné emisivity je zapotřebí najít v literatuře vztahy pro určení emisivit dílčích prvků v závislosti na teplotě a součinu parciálního tlaku p_p dané složky a průměrné délky paprsku L . Ta většinou odpovídá hydraulickému průměru d_h .

Je tedy zapotřebí pro CO_2 i H_2O znát vztah pro výpočet emisivity $\epsilon = f(T, p_p L)$. Dva různé vztahy jsou uvedeny například zde [13] v kapitole 3.15.11 a v článku [29].

Výsledná emisivita však není čistě součtem těchto dvou emisivit, hodnotu vodní páry je nutno zkorigovat pomocí koeficientu c_{H_2O} [29]. Dále platí, že když jsou obě látky přítomné současně, tak se jejich spektra absorpce tepla částečně překrývají, čímž se jejich efekt snižuje o podíl c_{SO} . Platí tudíž následující vztah:

$$\epsilon_f = (\epsilon_{CO_2} + \epsilon_{H_2O} c_{H_2O})(1 - c_{SO}) \quad (114)$$

Různé zdroje uvádí různé vztahy pro určení opravných koeficientů c_{H_2O} a c_{SO} , viz [13][29]. V článku [29] jsou navíc uvedeny i vztahy pro výpočet pohltivosti α_a .

Vliv radiace je zahrnut do tepelného výpočtu regenerátorů pomocí koeficientu přestupu tepla α po vzoru rovnice (115):

$$\alpha^h = \alpha_c^h + \alpha_r^h \quad (115)$$

Kde koeficient přestupu tepla pro radiální složku je dán vztahem:

$$\alpha_r^h = \sigma \frac{\epsilon_s + 1}{2} \frac{[\epsilon_f (\tilde{T}_f^h)^4 - \alpha_{af} (\tilde{T}_s^h)^4]}{\tilde{T}_f^h - \tilde{T}_s^h} \quad (116)$$

8.2 Nelineární výpočtový model

Další možností poskytující upřesnění výsledků je nelineární přístup k termofyzikálním vlastnostem, jak již bylo zmíněno v kapitole 4.3.

Existují otevřené i uzavřené výpočetní metody, které berou v úvahu proměnnou hodnotu veličin po délce regenerátoru a které během jedné iterace vyčíslují vliv této závislosti. Výpočetní metody tohoto typu jsou patřičně výpočtově složitější i náročnější na výpočetní čas počítače.

Výsledky získané tímto přístupem by měly být vůbec nejpřesnější možné, samozřejmě s ohledem na zanedbané tepelné ztráty či nesplnění jiných předpokladů jako je například dosažení dokonalé cyklické rovnováhy.

Proměnlivost hodnot termofyzikálních vlastností je potřeba pozorovat pomocí dvou proměnných – pozice v regenerátoru a času. Vlastnosti se mění po délce regenerátoru, například hustota média je jiná na vstupu do zařízení a na jeho výstupu. V každém bodě se pak hodnota ještě navíc mění s časem.

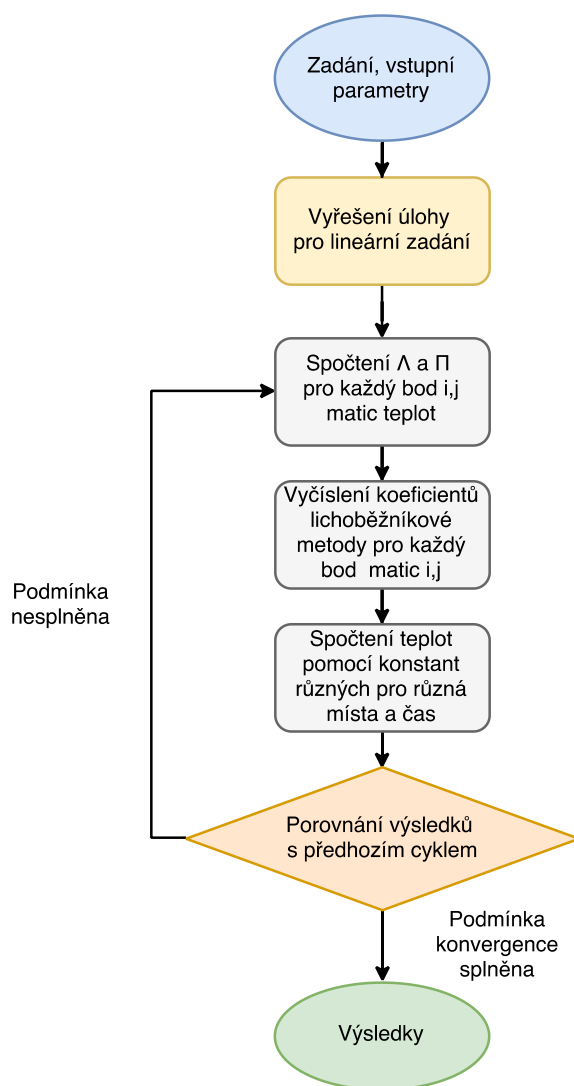
Jak je patrné z obrázku 7-22, teplota po délce může nabývat hodnot od t_{in}^c až do t_{in}^h , zatímco teplota v místě se liší jen drobněji. V libovolném místě se pro zde uvedený příklad liší nejvýše o 200 °C. Je proto možné, že například uzavřená metoda od Hilla a Willmotta popsaná v kapitole 5.4 může být rozšířena tak, aby počítala s proměnlivostí vlastností po délce regenerátoru při současném zanedbání proměnlivosti s časem [22].

Pro použitou Willmottovu otevřenou výpočetní metodu [18] také existuje rozšíření pro nelineární model [7]. Toto rozšíření dokáže vzít v potaz změnu vlastností po délce i v čase, přičemž tato metoda je schopna vyřešit i zadání s proměnným průtokem média, tak jak to bylo pro Cowperovy pece popsáno v kapitole 3.1.

Základní úvahou této metody je, že bezrozměrná délka jedné sekce regenerátoru $\Delta\xi$ a bezrozměrná doba jednoho časového kroku $\Delta\eta$, popsané rovnicemi (48) a (49), nejsou konstantní po celou dobu výpočtu jedné periody. Jejich hodnota, i hodnota koeficientů A , B a K , které dále

vstupují do výpočtu teplot, je různá pro každý obecný bod i,j (kde i popisuje prostorovou souřadnici a j časovou).

Výpočetní algoritmus je znázorněn na schématu 8-29. Nejprve proběhne vyřešení úlohy pro lineární model, viz kapitola 5.3. Tím se získá předběžné rozložení teplot médií a lože pro obě provozní periody. S jejich pomocí již lze vyjádřit koeficienty A , B a K (které nabývají lehce jiného tvaru než u lineárního modelu (viz [7]) pro každý bod matic teplot. Následuje pak iterace, dokud řešení nezkonverguje.



Obr. 8-29 Willmottova otevřená nelineární metoda

9 Závěr

Cílem této práce bylo seznámit se s problematikou regenerační výměny tepla a pro stacionární regenerační výměník se sypaným ložem vytvořit tepelně-hydraulický výpočet. V dnešní době význam regeneračních výměníků tepla roste a je proto nutné disponovat vhodným výpočtovým nástrojem. Tepelný výpočet regeneračních výměníků tepla je složitější, než tomu je u výměníků rekuperačních, jelikož teplota médií proudících regenerátorem se mění nejen po délce zařízení, ale je navíc cyklicky proměnná s časem. To znamená, že pro úspěšný výpočet je zapotřebí vyřešit soustavu dvou diferenciálních rovnic.

V první fázi řešení diplomové práce byla provedena rešerše různých typů regenerátorů a typů náplní (loží), které se u nich používají. Zkoumaným typ regeneračního výměníku je sypaný regenerátor s ložem sestávajícím z kuliček uniformní velikosti, který bývá provozován až do teplot kolem 1 000 °C. Nejčastěji používaným materiálem kuliček sypaného regenerátoru je alumina (Al_2O_3).

Pro tento typ zařízení byly vytvořeny 3 výpočtové metody. Jedna zjednodušená, neboli metoda primárně určená k ručnímu výpočtu, jedna otevřená a jedna uzavřená. Dvě později jmenované metody jsou metody komplexní, které řeší diferenciální rovnice pomocí numerických metod a jsou ručně neproveditelné. Jako součást hlavního výpočtového programu, který má vícero funkcí, byla zvolena otevřená metoda od Willmotta [18] z roku 1964, přičemž tento program umí řešit nejen lineární, ale i kvazilineární model regeneračního výměníku tepla, který po každém cyklu do výpočtu zahrne vliv změny termofyzikálních vlastností proudícího média s teplotou (ne však v průběhu kroku iterace, pak by se jednalo o tzv. nelineární model).

Součástí práce je rešerše vztahů pro výpočet součinitele přestupu tepla v loži z volně ložených koulí. Byly zjištěny nesrovnalosti mezi různými vztahy, které mnohdy dávají několikanásobně rozdílné výsledky. U spousty vztahů není v literatuře uvedený rozsah jejich platnosti a mnoho vztahů platí pouze pro nízká Reynoldsova čísla (v rozsahu 20 až 500 či 800). Bylo by tudíž vhodné provést vlastní měření pro různé průtočné rychlosti a pro různé konfigurace, aby bylo možno vztahy z literatury potvrdit či vyvrátit.

Byla provedena i rešerše vzorců pro výpočet tlakové ztráty. Nejznámějším vztahem je vztah Ergunův (83), který však je použitelný jen pro nízká Reynoldsova čísla ($Re < 500$). Pro vyšší Reynoldsova čísla se nejčastěji používá vzorec Carmanův (85). Dále byly zmíněny i další vzorce, včetně jednoho zahrnujícího vliv stěny regenerátoru pro zařízení s nízkým poměrem D (průměr zařízení) ku d (průměr částice náplně).

Jako vzorové zadání, pro vyzkoušení výpočtových programů a různých variant výpočtu, byly použity hodnoty z Bichovy diplomové práce [28], ve které bylo nalezeno několik nesrovnalostí. Vytvořené výpočtové metody se shodují navzájem s přesností na desetiny stupně Celsia, ale liší se až o 3 °C vůči Bichovým hodnotám.

V poslední řadě byla provedena analýza vlivu konstrukčních a provozních parametrů na výstupní teploty (a potažmo výkon) zařízení. Při reálném návrhu je potřeba správně vyvážit potřebný objem lože s proudy média, které zařízením prochází, aby bylo dosaženo potřebných výstupních teplot chladného i horkého proudu.

10 Seznam použité literatury

- [1] REGENERATIVE HEAT EXCHANGERS, *Thermopedia* [online], [cit. 2017-02-14]. Dostupné z: <http://www.thermopedia.com/content/1087/>
- [2] G. F. HEWITT, G. L. SHIRES a T. R. BOTT, *Process heat transfer*. New York: Begell House, 1994, ISBN 1-56700-149-1.
- [3] KUPPAN, T., *Heat exchanger design handbook*. Second edition, 2013, ISBN 978-143-9842-126.
- [4] *VDI heat atlas*, 2nd ed. New York: Springer, 2010, ISBN 35-407-7876-4.
- [5] Regenerators. *Cryogenic Society of America, Inc.* [online]. [cit. 2017-03-13]. Dostupné z: https://www.cryogenicsociety.org/resources/defining_cryogenics/regenerators
- [6] LEI, Tian, Kurt ENGELBRECHT, Kaspar K. NIELSEN a Christian T. VEJE. Study of geometries of active magnetic regenerators for room temperature magnetocaloric refrigeration. *Applied Thermal Engineering*. 2015, **2017**(111), 1232-1243.
- [7] WILLMOTT, A.J. Simulation of a thermal regenerator under conditions of variable mass flow. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 1968, **11**(7), 1105-1116.
- [8] Oxidová keramika – oxid hlinitý (Al₂O₃). *CeramTec* [online]. [cit. 2017-05-10]. Dostupné z: <http://www.ceramtec.cz/ceramic-materials/aluminum-oxide/>
- [9] CHAI, Lei, et al. Cryogenic energy storage characteristics of a packed bed at different pressures. *Applied Thermal Engineering* [online]. Elsevier, 2014, **63**(1), 439-446 [cit. 2017-03-13]. DOI: 10.1016/j.applthermaleng.2013.11.030. ISSN 1359-4311.
- [10] *Raschig GmbH* [online]. [cit. 2017-03-13]. Dostupné z: <http://www.raschig.de/index.php>
- [11] *Christy Catalytics* [online]. [cit. 2017-03-13]. Dostupné z: <http://www.christycatalytics.com/>
- [12] *JiangXi Kelley chemical packing Co., Ltd* [online]. [cit. 2017-03-13]. Dostupné z: <http://www.jxkelley.net/show>
- [13] HEWITT, G. F., *Heat exchanger design handbook*. New York: Begell House, 1998, ISBN 1567000967.
- [14] BACLIC, B.S and Drugutinovic, G.D., Asymmetric-unbalanced counterflow thermal regenerator problem: solution by the Galerkin method and meaning of dimensionless parameters, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 34, 483-498, 1991.
- [15] SADRAMELI, S.M. Mathematical models for the simulation of thermal regenerators: A state-of-the-art review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. 2016, (58), 462-476.
- [16] *Python* [online]. [cit. 2017-04-20]. Dostupné z: <https://www.python.org>
- [17] *Spyder* [online]. [cit. 2017-04-20]. Dostupné z: <https://pypi.python.org/pypi/spyder>
- [18] WILLMOTT, A. J. Digital computer simulation of a thermal regenerator, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 7, pp. 1291-1302, May 1964.
- [19] HILL A. and WILLMOTT A.J., A robust method for regenerative heat exchanger calculations. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 1987, 30, 241-249.
- [20] HILL A. and WILLMOTT A.J., Accurate and rapid thermal regenerator calculations, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 1989, 32, 465-476.
- [21] ILLIFFE, C.E. Thermal analysis of the contra-flow regenerative heat exchanger. *Proc. Instn Mech. Engrs*, 1948, 159, 363-372.

- [22] HILL, A a A J WILLMOTT. Modelling the temperature dependence of thermophysical properties in a closed method for regenerative heat-exchanger simulations. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy* (vol 205). 1991, **205**(31), 195-206
- [23] PARK, Poo Min, Han Chang CHO a Hyun Dong SHIN. Unsteady thermal flow analysis in a heat regenerator with spherical particles. *Int. J. of Energy Research*. 2003, (27), 161-172.
- [24] KUO, Kenneth K. *Principles of combustion*. New York: Wiley, 1986.
- [25] SADRAMELI, S. M. a P. HEGGS. Heat Transfer Calculations in asymmetric and unbalanced regenerators. *Iranian journal of science and technology. transaction a, science*. 1998, **22**(1), 77-94.
- [26] GEB, David, Feng ZHOU a Ivan CATTON. Internal Heat Transfer Coefficient Determination in a Packed Bed From the Transient Response Due to Solid Phase Induction Heating. *Journal of Heat Transfer*. 2012, **134**(4).
- [27] GAO, Weimin, Peter D. HODGSON a Lingxue KONG. Numerical analysis of heat transfer and the optimization of regenerators. *Numerical Heat Transfer*. 2006, (50), 63-78
- [28] BICH, Duong Ngoc. *Numerical investigations of heat transfer characteristics on regenerator for waste heat recovery system*. 2015. Master Thesis.
- [29] NARAYANAN, C. M. a Tamanash PRAMANICK. Computer Aided Design and Analysis of Regenerators for Heat Recovery Systems. *Industrial & Engineering Chemistry Research*. 2014, 19814-19844.
- [30] WAKAO, N., S. KAGUEI a T. FUNAZKRI. Effect of fluid dispersion coefficients on particle-to-fluid heat transfer coefficients in packed beds. *Chemical Engineering Science*. 1979, **34**(3), 325-336.
- [31] ERDIM, Esra, Ömer AKGIRAY a Ibrahim DEMIR. A revisit of pressure drop-flow rate correlations for packed beds of spheres. *Powder Technology*. 2015, (283), 488-504.
- [32] ERGUN, S., Fluid flow through packed columns, *Chem. Eng. Prog.* 48 (1952) 89–94.
- [33] CARMAN, P.C. Fluid flow through granular beds. *Trans.Inst.Chem. Eng.* 1937, (15), 32-48.
- [34] YU, J et al. Study on performance of the ball packed-bed regenerator: experiments and simulation. *Applied Thermal Engineering*. 2002, (22), 641–651.
- [35] K OEKEMOER, Andrei a Adam LUCKOS. Effect of material type and particle size distribution on pressure drop in packed beds of large particles: Extending the Ergun equation. *Fuel*. 2015, (158), 232-238.
- [36] ALLEN, K.G., T.W VON BACKSTRÖM a D.G. KRÖGER. Backed bed pressure drop dependence on particle shape, size distribution, packing arrangement and roughness. *Powder Technology*. 2013, , 590-600.
- [37] NEMEC, D a J. LEVEC. Flow through packed bed reactors: 1. Single-phase flow. *Chemical Engineering Science*. 2005, (60), 6947-6957.
- [38] SINGH, R., R.S. SAINI a J.P. SAINI. Nusselt number and friction factor correlations for packed bed solar energy storage systems having large sized elements of different shapes. *Solar Energy*. 2006, (80), 760-771.
- [39] Characteristics of Fine Ceramics. *FINE CERAMICS WORLD* [online]. [cit. 2017-05-06]. Dostupné z: <http://global.kyocera.com/fcworld/charact/heat/thermalcond.html>

Seznam příloh

Příloha 1:

WillmottOpen_Short.py

Příloha 2:

WillmottOpen_Full.py

Příloha 3:

Hill_Willmott_Closed.py

Příloha 4:

PseudoRek.py

Příloha 5:

HEDH_ExplicitDesign.py

Příloha 6:

fce.py

Příloha 7:

Vykreslovani.py

Příloha 8:

Varianta_4.txt

Příloha 8, plné znění.

VÝSTUPNÍ PROTOKOL TEPELNĚ HYDRAULICKÉHO VÝPOČTU REGENERAČNÍHO VÝMĚNÍKU TEPLA

Jedná se o SYMETRICKÝ-ROVNOVÁŽNÝ regenerátor
Konstantní hodnoty fyzikálních vlastností médií byly zadány manuálně
Byl proveden LINEÁRNÍ výpočet

Vlastnosti PROUDŮ:	HORKÝ proud	CHLADNÝ proud
-		
Vstupní teplota plynu, °C	727.0	27.0
Výstupní teplota, začátek periody, °C	27.2	726.8
Výstupní teplota, konec periody, °C	115.6	638.4
Průměrná výstupní teplota, °C	57.9	696.2
Tepelný poměr/účinnost, -	0.956	0.956
Průtok, kg/s	0.022	0.022
Doba periody, s	600	600
Hustota, kg/m ³	1.161	1.161
Měrná tepelná kapacita, J/kgK	1007	1007
Kinematická viskozita, m ² /s	1.98e-05	1.98e-05
Součinitel tepelné vodivosti, W/mK	0.026	0.026

Vlastnosti LOŽE:

Průměr lože, m	0.2
Výška lože, m	1.0
Typ náplně: Kuličky, průměr, mm	10.0
Mezerovitost, -	0.44
Hustota materiálu náplně, kg/m ³	3970
Měrná tepelná kapacita, J/kgK	765
Součinitel tepelné vodivosti, W/mK	1.0
Tepelná difuzivita, m ² /s	4.6e-07

Výpočtové hodnoty:

Počet sekcí	100
Počet časových kroků	151
Počet cyklů do rovnováhy	54
Objem nádoby regenerátoru, m ³	0.031
Teplosměnná plocha, m ²	10.56
Hmotnost náplně, kg	69.8
Poměr K/K ₀ , -	0.876

Modifikovaný součinitel přestupu tepla BYL ZAHRNUT do výpočtu
Byl použit BICHŮV VZTAH pro výpočet součinitele přestupu tepla

	HORKÝ proud	CHLADNÝ proud
Redukovaná délka, -	49.5	49.5
Redukovaná perioda, -	12.31	12.31
Rychlost proudění ložem, m/s	1.37	1.37
Reynoldsovo číslo, -	692	692
Prandtlovo číslo, -	0.7	0.7
Nusseltovo číslo, -	44.03	44.03
Součinitel přestupu tepla, W/m ² K	115.8	115.8
Modifikovaný součinitel přestupu tepla, W/m ² K	103.8	103.8

TLAKOVÁ ZTRÁTA	HORKÝ proud	CHLADNÝ proud
Dle Carmana, kPa	2.23	2.23
Dle Erguna, kPa	nehodnoceno	nehodnoceno
Dle Fahrenhauera, kPa	2.09	2.09
Dle Harrisona, kPa	2.14	2.14